

## Oil Export Modeling Using ARFIMA Model With Bayesian Estimation Approach

Masoud Fazlalipour Miyandoab  \*

Assistant Professor of Statistics, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran.

Parviz Nasiri 

Full Professor of Statistics, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran.

### Abstract

Statistical data modeling is one of the important topics that can be used to provide a suitable model by using statistical distributions according to the nature of the data. One of these statistical models for modeling time series data is the ARFIMA model. Due to its structure, this model is widely used in the analysis of economic, meteorological, geographic, oil and financial data. This paper discusses time series models, including the ARFIMA model, assuming that the error term is normally distributed. In using models for better forecasting for the first time, while examining the behavior of long-term models, the Bayesian approach and the use of appropriate prior distributions, the model average and fractional difference are estimated by classical and Bayesian methods. In the end, for the Iranian oil export data set, the goodness of fit of the models with the Bayesian approach is compared using the RMSE, Akaike information and Bayesian information criteria, and it is shown that the prediction model based on the Bayesian approach performs better compared to other models.

### Introduction

Oil is one of the most valuable commodities in the world, and any change in its price can affect every level of economic ecosystems, from household budgets to corporate revenues and even GDP. This chemical is the largest contributor to the world's primary energy supply, followed by coal, gas, renewable energy, and nuclear energy (Bhattacharya, 2019). Iran is currently the third largest producer of crude oil in the world and is considered a global power in the field of energy. A significant part of the country's income is provided through the oil industry every year. In recent decades, the role of oil in Iran's economy and politics has been the subject of extensive and vital debates. In some of these discussions, the prevailing opinion is that oil has

\* Corresponding Author: [mesud.fq@pnu.ac.ir](mailto:mesud.fq@pnu.ac.ir)

How to Cite: Fazlalipour Miyandoab, M., Nasiri, P. (2025). Oil Export Modeling Using ARFIMA Model With Bayesian Estimation Approach. Iranian Energy Economics, 54(14), 139-160.

provided significant financial resources for consumption and investment in Iran.

In the use of Bayesian estimation and Bayesian analysis articles on ARFIMA models are presented by Cope, Lee, Oswaki, and Steele (1997) and Jeffries and Ravishankar (1996, 1998). However, in presenting the Bayesian estimation of the proposed distribution, the fractional difference parameter is complicated by Nan-Jung-hsu and Bridett (2003).

In the ARFIMA model, the estimation of parameters is one of the important discussions. For the first time, Lu (1991) attempted to estimate the fractional difference parameter ( $d$ ) in fractional white noise processes by improving the R/S statistic presented by Hurst (1951). Another method in the frequency domain was proposed by Qivik, Porter and Hudak (1983), which is known as the GPH generator method. In the second part of the article, time series models are presented. In the third part, the evaluation criteria of tests are discussed. In the fourth part, the average parameters of the model and the fractional difference are estimated with the Bayesian approach according to the appropriate prior distributions; And in the fifth section, for oil export data, the selection of the model is presented with the help of simulation, taking into account the parameter estimation methods.

### Methods and Material

In this section, while introducing time series models to identify the type of model, R/S and GPH tests are discussed. In general, models AR( $p$ ), MA( $q$ ), according to the distribution of the error sentence, are respectively equal to:

$$\varphi(B)(1-B)^d(X_t - \mu) = \Theta(B)\varepsilon_t$$

In the use of time series models such as AR, ARMA and ARFIM, according to the parameter estimation methods for time series data, it is very important to recognize the model and the goodness of fit. Despite the fact that the Bayesian approach is less used to estimate model parameters. In this article, according to the prior distribution, the Bayesian estimation of the parameters is presented. One of the methods for detecting the long-term memory model in a time series is the use of the GPH test, which is based on a semi-parametric method presented by Jevic and Potter (1983). In practice, after examining the statistical test to evaluate the goodness of fit of the models from the criteria

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}}, \quad AIC = 2k - 2\ln(\hat{l}) \quad \text{and}$$

$BIC = k \ln(n) - 2\ln(\hat{l})$  are used. Meantime parameter estimation methods play a fundamental role in parameter estimation and the goodness of fit of models. In this article, for the goodness of fit of the model for oil export data,

after estimating the relevant model parameters using classical and Bayesian method, the best model is selected with the help of goodness of fit criteria.

### **Results and Discussion**

In the use of parameter estimation methods, by considering the appropriate prior distribution, Bayesian estimation of parameter the fractional difference parameter is presented. According to the discussed time series data and the use of the prior distribution without information, the fractional difference parameter value is equal to 0.85. According to the basic information for calculating the Bayesian estimation of the parameter the fractional difference, the best estimate for  $d$  can be provided by changing the prior information and the variance of the error term. Having the value of the fractional difference parameter, it is possible to present the ARFIMA model for the real data using a special algorithm.

### **Conclusion**

By presenting a new method for calculating the fractional difference value of data in an ARFIMA model using the positive step Bayesian method in order to estimate the parameter of the fractional difference of the data, we have the least error and the most accuracy in the simulation of the investigated time series. A model was proposed for Iran's oil export data from 1980 to 2021, and by using it and the new Bayesian method to calculate the differential power, it was determined that in most cases, considering getting the appropriate prior distribution for the fractional difference value can increase the accuracy of the calculations. This can help researchers make better and more accurate predictions.

### **Acknowledgments**

The authors would like to express their sincere gratitude to the respected editor and also the respected referees for their valuable comments that have greatly contributed to the improvement of this paper. Also, I would like to thank Dr. Mehdi Mohammadi for her literary editing.

**Keywords:** Bayesian Estimation, Evaluation Criteria, Fractional Interval Parameter, Prediction Model, Time Series Data.

**JEL Classification:** C11 , C15 , G17 , G58



## مدل‌های حافظه بلندمدت با رویکردی بیزی و کاربرد آن در صادرات نفت

مسعود فضلعلی پور میان‌دوآب <sup>ID</sup> \* | استاد آمار، گروه آمار، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

پرویز نصیری <sup>ID</sup> | استاد آمار، گروه آمار، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

### چکیده

مدل‌بندی داده‌های آماری یکی از مباحث مهم است که می‌توان با استفاده از توزیع‌های آماری با توجه به طبیعت داده‌ها مدل مناسب برای آن‌ها ارائه داد. یکی از این مدل‌های آماری برای مدل‌بندی داده‌های سری زمانی، مدل آرفیما (ARFIMA) است. این مدل با توجه ساختار کاربرد فراوانی در تحلیل داده‌های اقتصادی، هواشناسی، جغرافیایی، نفت و مالی دارد. در این مقاله مدل‌های سری زمانی، از جمله مدل آرفیما با فرض اینکه جمله خطا دارای توزیع نرمال است، با رویکرد بیزی مورد بحث قرار می‌گیرد. در به کارگیری مدل‌ها، برای پیش‌بینی بهتر، برای اولین بار ضمن بررسی رفتار مدل‌های بلندمدت، رویکرد بیزی و استفاده از توزیع‌های پیشین مناسب پارامترها میانگین مدل و تفاضل کسری به روش‌های کلاسیک و بیزی برآورد می‌شوند. در پایان برای مجموعه داده‌های صادرات نفت ایران، نیکویی برازش مدل‌ها با رویکرد بیزی با استفاده از معیارهای جذر میانگین توان دوم خطا، اطلاع آکائیک و اطلاع بیزی مقایسه و نشان داده می‌شود مدل پیش‌بینی ناشی از رویکرد بیزی در مقایسه با سایر مدل‌ها بهتر عمل می‌کند.

**کلیدواژه‌ها:** داده‌های سری زمانی، معیارهای ارزیابی، پارامتر تفاصلی کسری، برآورد بیزی، مدل پیش‌بینی

طبقه‌بندی JEL: G58 , G17 , C15 , C11

## ۱. مقدمه

نفت یکی از باارزش‌ترین کالاها در جهان است و هرگونه تغییر در قیمت آن می‌تواند بر هر سطحی از اکوسیستم‌های اقتصادی، از بودجه‌های خانوارها تا درآمدهای شرکتی و حتی تولید ناخالص داخلی تأثیر بگذارد. این ماده شیمیایی بزرگ‌ترین سهم را در تأمین انرژی اولیه جهان دارد و پس از آن زغال‌سنگ، گاز، انرژی‌های تجدیدپذیر و انرژی هسته‌ای قرار دارند (باتاچاریا، ۲۰۱۹). ایران در حال یکی از بزرگ‌ترین تولیدکنندگان نفت خام در جهان است و یک قدرت جهانی در زمینه انرژی به حساب می‌آید. در دهه‌های اخیر، نقش نفت در اقتصاد و سیاست ایران موضوع بحث‌های گسترده و حیاتی بوده است. در برخی از این بحث‌ها، نظر غالب این است که نفت منابع مالی قابل توجهی برای مصرف و سرمایه‌گذاری در ایران فراهم کرده است (پسران و همکاران، ۲۰۱۳) علاوه بر اینکه نفت منبع اصلی تأمین انرژی در دنیای امروز است، همچنین نقش اساسی در تعیین قدرت ملی و اعتبار بین‌المللی کشورهای مختلف ایفا می‌کند (باتاچاریا، ۲۰۱۹). امروزه در کشور ما یکی از شاخص‌های اصلی بودجه، میزان وابستگی بودجه به نفت است. که به دلیل استفاده از ابزارهای تحریم نفتی برای تحمیل نوسانات اقتصادی بر کشور، میزان وابستگی به بخش نفت اهمیت بیشتری پیدا کرده است، به طوری که در اسناد بالادستی<sup>۱</sup>، کاهش وابستگی بودجه به نفت مورد تأکید قرار گرفته است اما هنوز هم درآمد نفت سهم بزرگی از تولید ناخالص داخلی و بودجه‌های سالانه ایران را به خود اختصاص می‌دهد و اقتصاد ایران به سمت یک پایه صادراتی تک‌محصولی پیش می‌رود (دیر، ۲۰۲۱). این موضوع نشان می‌دهد که قیمت نفت و درآمدهای آن به‌عنوان عوامل مؤثر بر رونق و رکود اقتصادی در ایران در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین، نوسانات قیمت نفت بر اکثر متغیرهای اقتصادی تأثیر خواهد گذاشت (سلطان و حق، ۲۰۱۸).

سازماندهی مقاله به این صورت است که در بخش دوم ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش ارائه شده است. مدل‌های سری زمانی در بخش سوم و معیارهای ارزیابی آزمون‌ها در بخش چهارم مورد بحث قرار گرفته است. همچنین در بخش چهارم پارامترهای میانگین مدل و تفاضل کسری با رویکرد بیزی با توجه به توزیع‌های پیشین مناسب برآورد شده و در بخش پنجم به نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

---

1. Bhattacharyya

## ۲. پیشینه پژوهش

تحقیقات زیادی به بررسی برازش مدل حافظه بلندمدت در داده‌های اقتصادی انجام پذیرفته به طوری که مندلبروت<sup>۱</sup> (۱۹۶۸) اولین کسی بود که ایده وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌ها را بیان کرد. گرین و فیلیتز<sup>۲</sup> (۱۹۷۷) با استفاده از آزمون دامنه استاندارد شده کلاسیک، بازده روزانه شاخص بورس نیویورک را مورد مطالعه قرار دادند و دلایل قوی بر وجود حافظه بلندمدت در آن ارائه دادند. لو<sup>۳</sup> (۱۹۹۱) با تغییر آماره آزمون دامنه استاندارد دینامیک حافظه کوتاه‌مدت نتیجه گرفت که شواهد روشنی مبنی بر وجود حافظه بلندمدت در بازده شاخص بورس نیویورک موجود نمی‌باشد. گرو - کارلیس<sup>۴</sup> (۲۰۰۰) با مطالعه رفتار بازده روزانه پنج شاخص سهام مهم دنیا ارائه داد. بارکولاس و باوم<sup>۵</sup> (۱۹۹۶) به جای استفاده از آماره آزمون دامنه استاندارد، از روش جویک و پورتر - هاداک<sup>۶</sup> که توسط جویک و پورتر - هاداک (۱۹۸۳) ارائه شده بود، برای آزمون مدل‌های حافظه بلندمدت در بازده شاخص، صنعت و همچنین بازده سهام شرکت‌های حاضر در شاخص داو جونز استفاده کردند. هرچند آن‌ها شواهدی مبنی بر وجود حافظه بلندمدت در شاخص سهام نیافتند، در ادامه بحث‌های برآورد پارمترهای مدل «آرفیما»<sup>۷</sup> روش‌های تقریبی با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی توسط وهاست و رافتری (۱۹۸۹) و لی هوسکینگ<sup>۸</sup> (۱۹۸۴) ارائه شد. سئویل<sup>۹</sup> (۱۹۹۲) روش برآورد حداکثر درست‌نمایی پارمترهای مدل «آرفیما» را به صورت دقیق ارائه کرد.

چانگ و بیلی<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۳) روش‌های حداقل مربعات شرطی را پیشنهاد کردند و نشان دادند که روش این به اندازه روش دقیق حداکثر درست‌نمایی سئویل (۱۹۹۲) سودمند است و متذکر شدند نتیجه روش حداقل مربعات شرطی وقتی که مدل مورد بررسی، اتورگرسیو

- 
1. Mandelbrot
  2. Green and Filits
  3. loo
  4. grow and karlis
  5. Barkolas and bavn
  6. Geweke, Porter-Hudak
  7. Auto Regressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)
  8. Hosking
  9. Sowell
  10. Chung & Baillie

است با روش بران<sup>۱</sup> (۱۹۹۴) یکسان می‌شود. ارول اراوغلو و سلیمان گونی<sup>۲</sup> (۲۰۱۰) دو روش جدید با استفاده از روش زنجیر مارکف بازگشتی برای انتخاب مدل و تخمین پارامتر در مدل‌های «آرفیما» پیشنهاد دادند. اولین روش پیشنهادی، مبتنی بر روش دو مرحله‌ای هاسکینگ است. روش دوم پیشنهادی، رویکرد یک مرحله‌ای است. دو روش پیشنهادی با روش حداکثر درست‌نمایی تقریبی هاسلت و رافتری<sup>۳</sup> (۱۹۹۸) با روش حداقل مربعات شرطی و معیارهای انتخاب مدل کلاسیک مقایسه شده‌اند. آن‌ها نشان دادند که روش‌های مورد استفاده در بیشتر موارد از روش‌های کلاسیک بهتر عمل می‌کنند.

در استفاده از برآورد بیزی و مقالات تحلیل بیزی مدل‌های «آرفیما» توسط کوپ، لی، اوسواکی و استیل (۱۹۹۷) و جفریس و راویشنکر (۱۹۹۸) ارائه شده است. هرچند در ارائه برآورد بیزی توزیع پیشنهادی، پارامتر تفاضل کسری توسط نان جونگ هسو و بریدت (۲۰۰۳) پیچیده است. اما آن‌ها اشاره می‌کنند که روش جفریس و راویشنکر (۱۹۹۶) از نظر محاسباتی دشوار هستند و به زمان زیادی نیاز دارند. به همین خاطر نان جونگ هسو و بریدت (۲۰۰۳) از مدل‌های تقریبی «آرفیما» با استفاده از مدل‌های اتورگرسو میانگین متحرک (آریمما) استفاده کردند. اگر بتوان در روش بیزی چالش‌های محاسباتی را کاهش داد، برآورد پارامترهای مدل «آرفیما» با این روش مزیت‌هایی نسبت به روش‌های کلاسیک، از جمله انعطاف‌پذیری در مشخص کردن توزیع‌های پیشین خواهد داشت. این توانایی باعث کم شدن تأثیرات جنبه‌های دیگر الگوریتم و داده‌های مدل، مانند اثرات حافظه کوتاه یا فصلی و مشاهدات از دست رفته می‌شود، به طوری که می‌توان مواردی را در مورد اثرات حافظه طولانی بدون قید و شرط بیان کرد.

امروزه برخلاف رویکرد کلاسیک مدل‌بندی، داده‌های اقتصادی، مالی، کشاورزی با استفاده از مدل‌های آریمما، اتورگرسو، میانگین متحرک و آریمما توان محاسبه دقیق و مفید را ندارند. پدیده‌هایی مانند درآمد، نرخ تورم، مجموعه‌های پولی و مالی و سری داده‌های تولید ناخالص داخلی دیگر با این مدل‌ها قابل قالب‌بندی نیستند و محققان را مجاب می‌کنند که از مدل‌هایی همانند مدل‌های بلندمدت بهره بگیرند. و دلیل اصلی آن هم قابلیت تعمیم و تبدیل آن به مدل‌های اتورگرسو میانگین متحرک و مدلی با خطای نویز گاوسی است.

---

1. Beran

2. Egriglu, E., Gunay

3. Haslett, J. and Raftery

یکی از مدل‌های مهم مدل «آرفیما» است که به دلیل انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی هم‌زمان و در عین حال دارای بودن حافظه بلندمدت و کوتاه‌مدت مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. این مدل اولین بار توسط گرنجر و جوویوکس (۱۹۸۰) معرفی شد.

در مدل «آرفیما» برآورد پارامترها یکی از بحث‌های مهم است که اولین بار لو (۱۹۹۱) با بهبود آماره آزمون دامنه استاندارد که توسط هرست (۱۹۵۱) ارائه شده بود اقدام به تخمین پارامتر تفاضل کسری (d) در فرآیندهای نویز سفید کسری نمود. روش دیگری در محیط فرکانس توسط قیویک، پورتر و هوداک (۱۹۸۳) پیشنهاد شده که به روش برآورنده جویک و پورتر - هاداک مشهور است. همچنین روش دیگری - که آن هم در محیط فرکانس است - توسط رابینسون<sup>۱</sup> (۱۹۹۴) ارائه شده است. روش‌های مبتنی بر خودهمبستگی، توسط رابینسون (۱۹۹۰) و تیسلا و همکاران (۱۹۹۶) بیان شده‌اند. در برآورد پارامترهای آرفیما، روش دومرحله‌ای توسط هاسکینگ (۱۹۸۱) بیان گردید که در مرحله نخست این روش، راهکارهای مختلفی مانند روش GPH و در مرحله دوم، روش باکس جنکینز استفاده شده است. روش دومرحله‌ای هاسکینگ با روش‌های برآورد حداکثر درست‌نمای که توسط اسمیت<sup>۲</sup> و همکاران (۱۹۹۷) با روش رایسن و همکاران (۲۰۰۱) با استفاده از روش شبیه‌سازی مقایسه شده است. اسمیت و همکاران (۱۹۹۷) نشان دادند که در تخمین پارامتر و انتخاب مدل، روش‌های تخمین حداکثر درست‌نمایی از روش تخمین دو مرحله‌ای هاسکینگ بهتر عمل می‌کنند. رایسن و همکاران (۲۰۰۱) به این نتیجه رسیدند تکرارهای اول تا سوم در روش تخمین دو مرحله‌ای هاسکینگ برای اهداف عملی کافی است.

یکی از مفاهیم مهم در بررسی سری‌های زمانی وابستگی بین مشاهدات دور افتاده است که از آن به عنوان ملاک حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی یاد می‌کنند. میزان همبستگی در نوع سری‌های زمانی از حیث اینکه کوتاه‌مدت یا بلندمدت است، بین مشاهده  $X_t$  و  $X_{t+k}$  به ترتیب برابرند با:

$$|\rho(k)| \leq cr^{-k} \quad ; \quad c \neq 0 \quad k = 1, 2, \dots \quad ; \quad 0 < r < 1 \quad (1)$$

$$|\rho(k)| \approx ck^{2d-1} \quad ; \quad C \neq 0, \quad -0/5 < d < 0/5 \quad (2)$$

---

1. Robinson  
2. Smith

که در آن‌ها  $c$  یک عدد مثبت و بزرگ‌تر از صفر است. قابل ذکر است در سری‌های زمانی با توجه به تابع خودهمبستگی، میزان همبستگی به صورت هیپربولیک کاهش می‌کند. و در صورتی که همبستگی بین مشاهدات دور افتاده، ضعیف باشد سری‌های زمانی مورد بررسی به‌عنوان حافظه کوتاه‌مدت شناخته می‌شود. و معمولاً در این سری‌های زمانی نمودار همبستگی به صورت نمایی است.

### ۳. مدل‌ها

در این بخش ضمن معرفی مدل‌های سری زمانی برای تشخیص نوع مدل، آزمون‌های R/S و GPH مورد بحث قرار می‌گیرد. در حالت کلی مدل‌ها  $AR(p)$ ،  $MA(q)$ ،  $ARIMA(p, d, q)$  با توجه به توزیع جمله خطا  $\varepsilon_t \sim N(Q, \sigma_\varepsilon^2)$  به ترتیب برابرند با:

$$\varphi(B)(1-B)^d(X_t - \mu) = \Theta(B)\varepsilon_t \quad (۳)$$

باید در نظر گرفت. که در آن  $\Theta(B) = 1 + \sum_{j=1}^q \theta_j B^j$  و  $\varphi(B) = 1 - \sum_{j=1}^p \varphi_j B^j$  است. به

طوری که

الف) ریشه‌های  $\varphi(B)$  و  $\Theta(B)$  خارج از دایره‌ای به شعاع یک باشند.

$$\text{ب) } |d| < \frac{1}{2} \text{ یا } -\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$$

ج) همیشه از  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$  یکسان نباشند و  $\varphi_p \neq 0$  باشد.

$$\text{د) } \sigma_\varepsilon^2 > 0$$

در استفاده از مدل‌های سری زمانی از جمله مدل «رگرسیون میانگین متحرک»، «آر‌ایما» و «آر‌فایما» با توجه به روش‌های برآورد پارامترها برای داده‌های سری زمانی تشخیص مدل و نیکویی برآورد از اهمیت زیادی برخوردار است. علی‌رغم اینکه کمتر از رویکرد بیزی برای برآورد پارامترهای مدل استفاده شده است. در این مقاله با توجه به توزیع پیشین، برآورد بیزی پارامترها در بخش چهارم ارائه می‌شود.

### ۴. آزمون‌ها و معیارهای آماری

با توجه به مدل‌های اتورگرسیون، میانگین موزون و «آر‌فایما»، مدل‌های اتورگرسیون و میانگین موزون قاعداً برای داده‌های کوتاه‌مدت مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما برای بررسی داده‌های

سری زمانی از حیث اینکه دارای مدل حافظه بلندمدت است، نیاز است برای تشخیص مدل از آزمون‌های حافظه بلندمدت آزمون دامنه مقیاس‌بندی شده یا دامنه بر روی انحراف معیار استفاده شود. اولین بار هارست (۱۹۵۱) آزمونی جهت تشخیص مدل ارائه و در ادامه مندرلیروت و همکارانش (۱۹۶۸) آن را بیشتر گسترش دادند. برای این منظور اگر  $X_t$  سری زمانی به ازای  $t = 1, 2, \dots, T$  باشد، برای تشخیص مدل از حیث اینکه کوتاه مدت و بلندمدت است از آزمون‌های آماری استفاده می‌شود، آماره آزمون دامنه استاندارد برابر است با:

$$Q_t = \sqrt{\frac{T}{\sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X})^2}} \left[ \max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}) \right] \quad (4)$$

که در آن  $\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i$  است. یکی دیگر از روش‌های تشخیص مدل حافظه بلندمدت در یک سری زمانی استفاده از آزمون جویک و پوتر - هاداگ می‌باشد که بر مبنای یک روش نیمه پارامتریک است که توسط جویک و پوتر (۱۹۸۳) ارائه شده است. در عمل پس از بررسی آزمون آماری برای ارزیابی نیکویی برازش مدل‌ها از معیارهای

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad (5)$$

$$AIC = 2k - 2\ln(\hat{l}) \quad (6)$$

$$BIC = k \ln(n) - 2\ln(\hat{l}) \quad (7)$$

استفاده می‌شود. که در آن  $k$  تعداد پارامتر،  $N$  تعداد مشاهدات و  $\hat{l}$  مقدار برآورد تابع حداکثر درست‌نمایی است. لازم به ذکر است مقدار کم هر کدام از معیارها اطلاع‌بیزی، آکائیک و جذر توان دوم خطا مربوطه نشان‌دهنده آن است که مدل مورد نظر نسبت به بقیه مدل‌ها، بهتر و مناسب‌تر است.

#### ۴-۱. برآورد پارامترهای مدل

تاکنون روش‌های مختلف برای برآورد پارامترهای مدل‌ها «آرفیما» ارائه شده که برای اطلاع بیشتر می‌توان به مقالات کراو<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۵) و وان<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۲۲) مراجعه کرد.

1. Graves  
2. Wan

در برآورد پارامترها و نیکویی برازش مدل‌های روش‌های برآورد پارامترها نقش اساسی دارد. در این مقاله برای نیکویی برازش مدل برای داده‌ها صادرات نفت پس از برآورد پارامترهای مدل مربوطه با استفاده از روش کلاسیک و بیزی، به کمک معیارهای نیکویی برازش بهترین مدل انتخاب می‌شود. در رویکرد بیزی برای برآورد پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma_\mu^2$  توزیع‌های پیشین مناسب در نظر گرفته می‌شوند. در اینجا برای برآورد بیزی پارامتر  $\mu$ ، توزیع پیشین برای آن توزیع نرمال با میانگین  $\tau$  و واریانس  $\sigma_\mu^2$  به صورت

$$g(\mu | \tau, \sigma_\mu^2) = \frac{1}{\sigma_\mu \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}(\mu-\tau)^2}, -\infty < \mu < +\infty \quad (8)$$

در نظر گرفته می‌شود. که با توجه به توزیع شرطی  $\mu$  به شرط  $\tau$  می‌توان توزیع پیشین را به فرم

$$\pi(\tau) = \frac{1}{b-a}, a < \tau < b \quad (9)$$

در نظر گرفت. که در آن  $a$  و  $b$  ابر پارامترها هستند. و مقادیر آن‌ها با توجه به اطلاعات موجود انتخاب می‌شوند. بنابراین توزیع توأم برابر است با:

$$g(\mu, \tau) = g(\mu | \tau, \sigma_\mu^2) \pi(\tau) = \frac{1}{(b-a)\sigma_\mu \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}(\mu-\tau)^2} \quad (10)$$

که با استفاده از آن توزیع پسین برابر است با:

$$\pi(\tau | \mu) = \frac{g(\mu, \tau)}{\int_a^b g(\mu, \tau) d\tau} = \frac{e^{-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}(\mu-\tau)^2}}{\int_a^b e^{-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}(\mu-\tau)^2} d\tau} \quad (11)$$

با توجه به رابطه (۱۱) برآورد بیزی پارامتر  $\tau$  برابر است با:

$$\hat{\tau}_{Bayes} = \frac{\int_a^b \tau e^{-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}(\mu-\tau)^2} d\tau}{\int_a^b e^{-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}(\mu-\tau)^2} d\tau} \quad (12)$$

برآورد بیزی  $\tau$  کمک می‌کند که استنباط دقیقی از پارامتر  $\mu$  داشته باشیم، که برای اثرگذاری، می‌توان از توزیع گاما معکوس برای  $\sigma_\mu^2$  به‌عنوان توزیع پیشین در نظر گرفت. با توجه به استنباط بیزی، می‌توان مدل‌های با حافظه بلندمدت را به فرم

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i B^i\right) (1-B)^d (X_t - \mu) = \left(1 + \sum_{i=1}^q \theta_i B^i\right) \varepsilon_t \quad (13)$$

در نظر گرفت که پارامتر  $d$  نقش اساسی دارد. لذا با توجه به اهمیت آن در انعطاف‌پذیری مدل‌های «آرفیما»<sup>۱</sup> با حافظه بلندمدت، چان و پالما (۱۹۹۸) برای برآورد آن نمایش‌های مدل‌های اتورگرسیو یا میانگین متحرک بی‌نهایت را به صورت تأخیرهای محدود نمایش داده و حداکثر احتمال تقریبی را به دست آوردند. و از مدل «آرفیما» در چارچوب یک فضای حالت از روش حداکثر درست‌نمایی تقریبی بهره گرفتند. به طوری که برای برآورد پارامتر  $d$  چان و پالما (۱۹۹۸) نشان دادند که فضای حالت برآوردگر مدل براساس حداکثر احتمال تقریبی دارای ویژگی‌های مجانبی مطلوب و دارای سرعت همگرایی بیشتری است. گراسی و مجستریس (۲۰۱۴) یک مطالعه شبیه‌سازی شده برای مقایسه برآورد پارامترهای مدل‌های با حافظه بلندمدت مبتنی بر مدل فضای حالت با برخی روش‌های پارامتری و نیمه‌پارامتری به‌طور گسترده انجام دادند و نشان دادند که روش چان و پالما (۱۹۹۸) در مقایسه با دیگر روش‌ها، بهتر عمل می‌کند. ضمناً قابل ذکر است که چان و پالما (۱۹۹۸) و گراسی و مجستریس (۲۰۱۴) عمدتاً  $d$  را در بازه صفر تا ۰/۴ مطالعه کردند. اما فردریک آندرسون و بوشولی (۲۰۱۹)، برای آن  $d$  مقادیر به صورت ۰/۹۵، ۰/۹، ۰/۸، ۰/۷، ۰/۴۸، ۰/۴۵، ۰/۴، ۰/۳ و ۰/۲ در نظر گرفتند. حال برای برآورد بیزی پارامتر  $d$  با توجه به توزیع پیشین

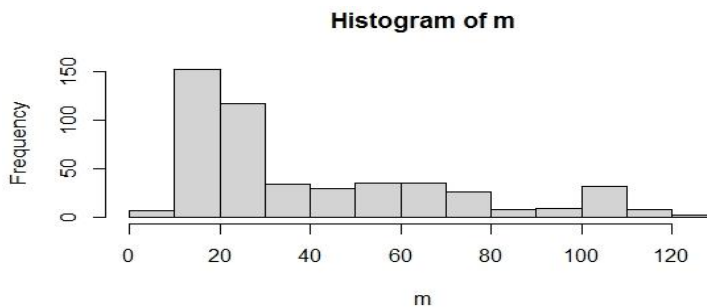
$$\pi(d) = 1, \quad -\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2} \quad (14)$$

می‌توان از برآورد بیزی آن استفاده کرد. می‌شود برای اطلاع بیشتر به مقاله فضلعلی‌پور و همکاران (۲۰۲۳) مراجعه کرد. در استفاده از برآورد بیزی پارامتر تفاضل کسری یا  $d$  می‌توان از نرم‌افزارهای آماری استفاده کرد.

#### ۲-۴. انتخاب مدل و شبیه‌سازی

در این بخش با توجه به رویکرد بیزی، پس از برآورد پارامترهای  $\mu$  و  $d$  با استفاده از توزیع‌های پیشین نیکویی برازش مدل‌ها برای داده‌های صادرات نفت ایران بر حسب میلیون بشکه در ماه که از بانک اطلاعات سری زمانی اقتصادی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران استخراج شده، ارائه و مقایسه می‌شوند. در این مقاله مدل‌بندی داده‌های صادرات نفت خام ایران از سال ۱۳۵۹ تا ۱۴۰۰ (۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱) با استفاده از مدل‌های سری زمانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در توصیف داده‌ها مورد بررسی شاخص‌های مربوطه و همچنین هیستوگرام به ترتیب در شکل ۱ و جدول ۱ آورده شده است.

شکل ۱. نمودار میزان صادرات نفت بر حسب میلیون بشکه در بین سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱

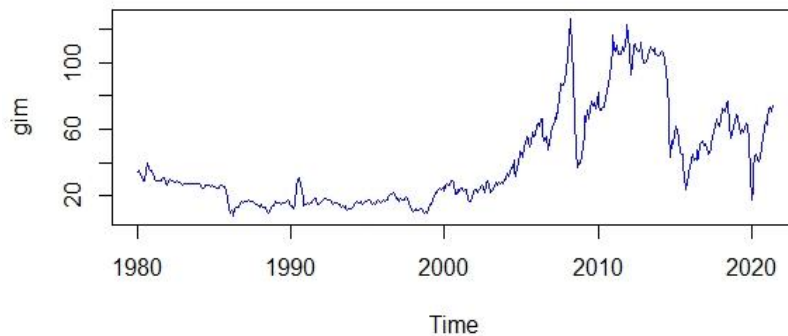


جدول ۱. شاخص‌های آمار توصیفی صادرات نفت ایران بین سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱

| min | Q1    | میانه | میانگین | Q3    | max    |
|-----|-------|-------|---------|-------|--------|
| ۷/۶ | ۱۷/۲۰ | ۲۸/۰۵ | ۴۰/۸۶   | ۵۸/۰۵ | ۱۲۶/۸۰ |

برای ارائه مدل سری زمانی در گام اول نمودار خودهمبستگی، در گام دوم مانا بودن سری، گام سوم نتایج آزمون‌های مانایی با استفاده از آزمون دیکی - فولر تعمیم یافته (ADF)، آزمون فیلیپس - پرون (PP) و همچنین آزمون کووسکی، فیلیپس، اشمیت، شین (KPSS)، در گام چهارم برای ارزیابی نیکویی برازش مدل از معیارهای آکائیک (AIC) و معیار اطلاع بیزی (BIC) استفاده و در گام پنجم برآورد پارامترهای تفاضل کسری و ضرایب مدل، آورده شده است. برای این منظور ابتدا نمودار کلی داده‌های صادرات نفت خام ایران در شکل ۲ به صورت زیر آورده شده است.

شکل ۲. نمودار میزان صادرات نفت خام ایران از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱ برحسب قیمت (دلار)



همان گونه که از نمودار داده‌ها مشخص است سری زمانی دارای روند است و مانا نیست و برای بررسی آن نتایج آزمون‌های دیکی-فولر تعمیم یافته (ADF)، آزمون فیلیپس-پرون (PP) و همچنین آزمون کووسکی، فیلیپس، اشمیت، شین (KPSS) در جدول ۲ آورده شده است.

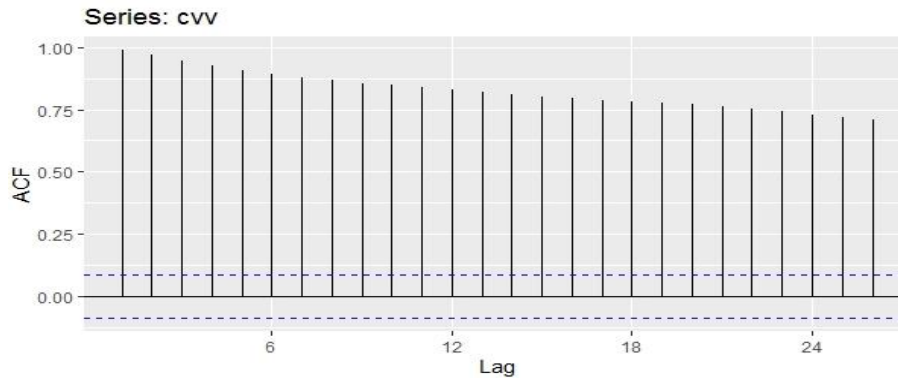
جدول ۲. نتایج آزمون بررسی پایایی داده‌های میزان صادرات نفت ایران بر حسب میلیون بشکه درماه

| آزمون      | آزمون فیلیپس - پرون |         | آزمون KPSS |         | آزمون‌های دیکی فولر |         |
|------------|---------------------|---------|------------|---------|---------------------|---------|
|            | آماره               | p-value | آماره      | p-value | آماره               | p-value |
| صادرات نفت | -۱۵/۹۵              | ۰/۲۱۹۶  | ۴/۷۰۴      | ۰/۰۱    | -۲/۷۴               | ۰/۲۶۲۹  |

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به نتایج جدول ۲ آزمون‌های دیکی-فولر تعمیم یافته و همچنین فیلیپس-پرون با توجه به اینکه  $p\text{-value} < ۰/۰۵$  نیست مانایی داده‌ها تأیید نمی‌شود ولی در آزمون KPSS مقدار  $p\text{-value} < ۰/۰۵$  است، با توجه به ساختار این آزمون فرض مانا بودن این داده‌ها تأیید می‌شود. و چون آزمون KPSS در رابطه با مانایی از قدرت بالایی برخوردار است. پس مانا بودن داده‌ها تأیید می‌شود. برای بررسی الگو داده‌ها، نمودار خودهمبستگی (acf) در شکل ۳ آورده شده است. با توجه به نمودار فوق وضعیت به صورت هیبربولیکی است و می‌توان وجود حافظه بلندمدت را در این مورد، مورد ارزیابی قرار داد. برای این منظور از آزمون‌های وجود حافظه بلندمدت از جمله R/S و جویک و پورتر-هاداک استفاده می‌شود، که نتایج آن در جدول ۳ آورده شده است.

شکل ۳. نمودارهای خودهمبستگی صادرات نفت ایران بین سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱



منبع: یافته‌های تحقیق

جدول ۳. مقدار آماره R/S و جویک و پورتر - هاداگ با مقدار d برآورد شده

| سری زمانی  | روش | برآورد d | Sd     |
|------------|-----|----------|--------|
| صادرات نفت | R/S | ۰/۸۵۴۸   | ۰/۰۷۱۴ |
|            | GPH | ۰/۸۵۶۸   | ۰/۱۷۰۰ |

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به نتایج جدول ۳ مقادیر d با توجه به آزمون‌های R/S و جویک و پورتر هاداگ به ترتیب ۰/۸۵۴۸ و ۰/۸۵۶۸ است. برای بررسی نوع مدل «آرفیما» از معیار اطلاع حنان - کوئین در نرم‌افزار R بهره گرفته که بهترین الگو برای داده‌ها با توجه به اینکه کمترین AIC مربوط به الگوی ARFIMA(۲,d,۳) می‌باشد به عنوان الگوی مورد نظر انتخاب می‌شود. که نتایج برخی از حالات آن در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴. مقدار آماره R/S و جویک و پورتر - هاداگ با مقدار d برآورد شده

| الگو | ARFIMA(1,d,1) | ARFIMA(3,d,1) | ARFIMA(2,d,1) | ARFIMA(2,d,3) | ARFIMA(2,d,0) |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| AIC  | ۵/۷۱          | ۵/۵۰۷         | ۵/۵۰          | ۵/۴۶۸         | ۵/۵۲          |

منبع: یافته‌های تحقیق

توجه به نتیجه حاصل از جدول ۴ الگوی مورد نظر ARFIMA(2,d,3) است که مقادیر برآورد پارامترها در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵. محاسبه مقادیر پارامتر الگوی ARFIMA(2,d,3)

|       | برآورد پارامتر | انحراف معیار | t-value  | ( Pr(> t) ) |
|-------|----------------|--------------|----------|-------------|
| AR(1) | ۱/۷۲۵          | ۰/۰۰۰۱۰۰     | ۰/۲۱     | ۰/۰۰        |
| AR(2) | -۰/۹۹۸۰        | ۰/۰۰۰۰۱۲     | ۷۴۸۵۷/۲۸ | ۰/۰۰        |
| MA(1) | ۰/۵۹۳          | ۰/۰۰۰۰۴۳     | ۳۴۹۲۶/۶۱ | ۰/۰۰        |
| MA(2) | ۰/۰۹۲          | ۰/۰۰۰۰۱۵     | ۵۱۱۳۵/۸۲ | ۰/۰۰        |
| MA(3) | ۰/۲۰۶          | ۰/۰۰۰۰۱۶     | ۱۷۲۳۸    | ۰/۰۰        |

منبع: یافته‌های تحقیق

بنابراین با توجه به نتایج جدول‌های ۳ و ۵ مدل برآورد شده به فرم

$$(1-1.725B + 0.998B^2)(1-B)^{(0.352)}X_t = (1 + 0.593B + 0.092B^2 + 0.206B^3) \varepsilon_t \quad (15)$$

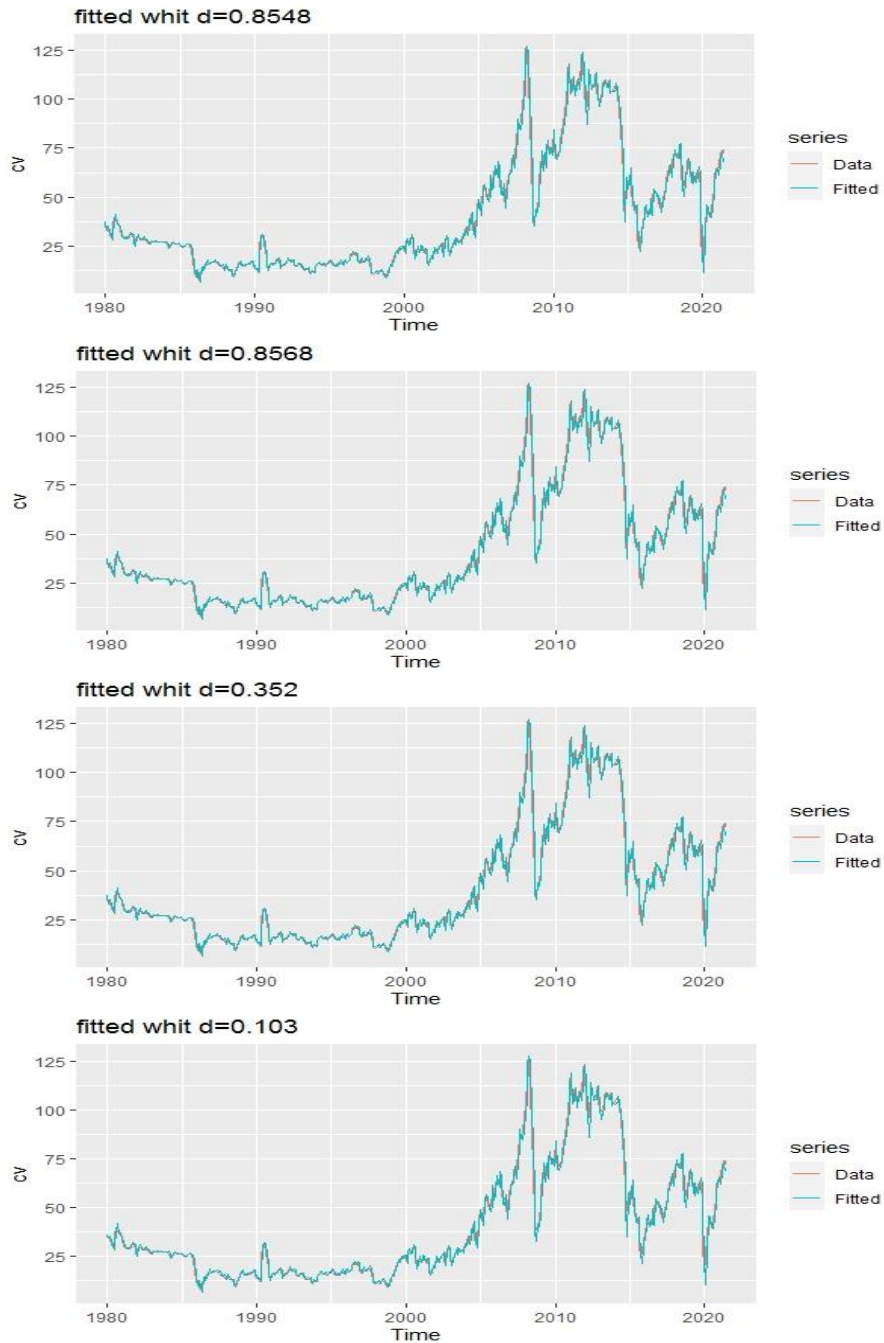
است. با توجه به در اختیار داشتن مدل فوق می‌توان داده‌هایی تولید کرد که با داده‌های اولیه قابل مقایسه و قابل پیش‌بینی باشند. در ادامه برای استفاده از استنباط بیزی و با در نظر گرفتن توزیع پیشین مناسب با برآورد بیزی پارامتر  $d$  ارائه می‌شود. با توجه به داده‌های سری زمانی مورد بحث و استفاده از توزیع پیشین فاقد اطلاع مقدار  $d$  برابر ۰/۸۵ است با توجه به اطلاعات اولیه محاسبه برآورد بیزی پارامتر  $d$  می‌توان با تغییر اطلاع پیشین و واریانس جمله خطا بهترین برآورد برای  $d$  ارائه داد. با داشتن مقدار  $d$  می‌توان با استفاده از الگوریتم خاص، مدل «آرفیما» را برای داده واقعی ارائه داد. در این بخش با توجه به مقدار برآورد بیزی  $d$  و رتبه‌های «آرفیما» نمونه‌های شبیه‌سازی برای اندازه مختلف تولید و سپس از محاسبه شاخص‌ها مدل با مدل اولیه برای داده‌های داده شده مقایسه کرد. و نشان داد که برآورد بیزی می‌تواند کارایی برآورد پارامترهای مدل را بهبود بخشد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی که در جدول ۶ و همچنین نمودار داده‌های واقعی با مقادیر  $d$  های برآورد شده در شکل ۴ آورده شده، می‌توان گفت مدل ارائه شده با توجه به برآورد بیزی بهتر عمل می‌کند.

جدول ۶. مقدار AIC برای مدل ARFIMA با  $d$  های برآورد شده به روش‌های مختلف

| برآورد    | روش                  | نماد      | مقدار  | AIC   |
|-----------|----------------------|-----------|--------|-------|
| $\hat{d}$ | بیزی                 | $d_b$     | ۰/۳۵۲  | ۳۳/۳۴ |
|           | کلاسیک               | $d_o$     | ۰/۱۰۳  | ۳۴/۰۴ |
|           | R/S                  | $d_{r/s}$ | ۰/۸۵۴۸ | ۴۳/۹۹ |
|           | جویک و پورتر - هاداگ | $d_{GPH}$ | ۰/۸۵۶۸ | ۴۳/۷۴ |

منبع: یافته‌های تحقیق

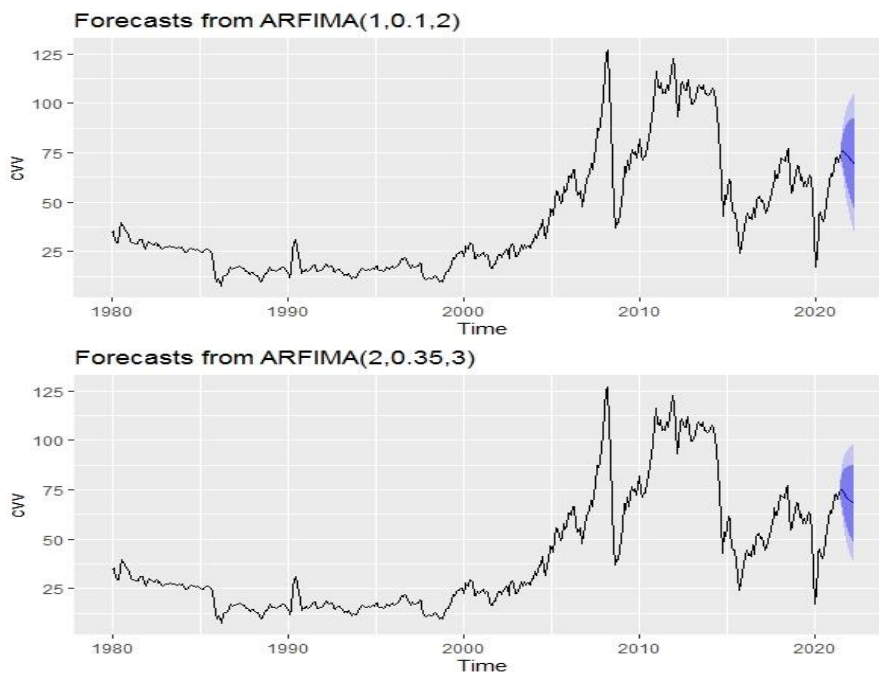
شکل ۴. نمودارهای برازنده شده برای داده‌های صادرات نفت ایران بین سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱



منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به مقادیر برآوردشده پارامتر تفاضل ناشی از برآوردی بیزی و کلاسیک که مقدار آن‌ها به ترتیب با ۰/۳۵۴ و ۰/۱۰۳ می‌باشند، نمودارهای پیش‌بینی در نمودار ۵ آورده شده است.

شکل ۵. نمودارهای پیش‌بینی شده صادرات نفت ایران با  $d = 0.103$  ,  $d = 0.352$



منبع: یافته‌های تحقیق

## ۵. بحث و نتیجه‌گیری

برای کشورهای در حال توسعه، نفت عنصر اساسی توسعه و رشد اقتصادی است. به‌ویژه در ایران، درآمدهای حاصل از صادرات نفت بخش مهم و اصلی از بودجه را تشکیل داده و یکی از منابع مهم ارز خارجی است. بنابراین پیش‌بینی میزان صادرات براساس مدل‌های آماری نقش مهم در برنامه‌ریزی بودجه کشور ایفا می‌کند. در این مقاله میزان صادرات نفت در ایران از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱ مورد پردازش قرار گرفته است. در ابتدا از آزمون‌های ریشه واحد ساختاری دیگی - فولر برای ارزیابی یکپارچگی داده‌ها استفاده شده است و در مرحله بعد، از روش بیزی برای تعیین رابطه بلندمدت بین متغیرها استفاده شد.

در بسیاری از سری‌های زمانی به‌ویژه داده‌های مالی، اقتصادی و هواشناسی مقدار مورد انتظار و نوسانات تمایل به بازگشت به میانگین خود دارند هرچند سرعت و میزان آن در موارد مختلف متفاوت باشد. و این اهمیت میانگین و برآورد آن در یک سری زمانی را نشان می‌دهد. با این دیدگاه در این مقاله سعی شد با ارائه یک روش جدید برای محاسبه مقدار تفاضلی داده‌ها در یک مدل «آرفیما» با استفاده از روش بیزی گامی مثبت در جهت برآورد خوب توان تفاضلی ( $d$ ) داده‌ها برداشته شده و کمترین خطا و بیشترین دقت را در شبیه‌سازی سری‌های زمانی مورد بررسی داشته باشند. الگوی (۳، ۰/۳۵۲، ۲) ARFIMA برای داده‌های صادرات نفت ایران از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۱ پیشنهاد شد و با استفاده از آن و روش جدید بیزی محاسبه توان تفاضلی مشخص کرد که در اکثر موارد با در نظر گرفتن توزیع پیشین مناسب برای تفاضل داده‌ها ( $d$ ) می‌توان دقت محاسبات را افزایش داد. این امر می‌تواند محققان را در پیش‌بینی بهتر و دقیق‌تر یاری برساند.

از سوی دیگر، مهم‌ترین سیاستی که باید در زمینه نفت دنبال شود، جلوگیری از صادرات نفت خام و تنوع‌بخشی به سبد صادرات کشور از طریق تبدیل نفت خام به محصولات نفتی و پتروشیمی به وسیله توسعه پالایشگاه‌ها و صنایع پتروشیمی در کشور است. مزایای این سیاست شامل خصوصی‌سازی صنایع بزرگ کشور، کاهش اندازه دولت، اشتغال‌زایی گسترده و در نهایت رشد اقتصادی است.

سیاست دیگری که باید دنبال شود حرکت به سمت تکمیل زنجیره ارزش صنعت نفت برای کاهش صادرات نفت خام است. ایران نیاز دارد که دانش فنی را در فرآیندهایی که نقش کلیدی در دستیابی به اهداف بلندمدت پایین‌دستی صنعت نفت دارند، بومی‌سازی کند. البته این نیازمند یک برنامه مدون برای توسعه پایدار صنایع پایین‌دستی صنعت نفت است. همچنین، یکپارچگی مدیریت، مالکیت و عملیات پایین‌دستی از الزامات انطباق با بازارهای جهانی است. بنابراین، ادغام شرکت پالایش و پخش فرآورده‌های نفتی و شرکت ملی پتروشیمی و تعریف پروژه‌های پتروپالایشگاهی به جای پروژه‌های جداگانه پالایش و پتروشیمی باید از برنامه‌های اصلی وزارت نفت باشد. در نهایت، نیاز به ایجاد یک نهاد تنظیم‌گر کوچک، قوی و یکپارچه در پایین‌دستی صنعت نفت داریم تا یکپارچگی در سرتاسر زنجیره ارزش نفت حفظ شود.

## ۶. تعارض منافع

تعارض منافی نداریم

## ۷. سپاسگزاری

نویسندگان مایلند از ویراستار و داوران محترم به خاطر نظرات ارزشمندشان که به بهبود این مقاله کمک شایانی کرده‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی کنند. همچنین از جناب آقای دکتر مهدی محمدی بابت ویرایش ادبی ایشان تشکر می‌کنیم.

## ORCID

Masoud Fazlalipour Miyandoab  <https://orcid.org/0000-0001-9425-5159>

Parviz nasiri  <https://orcid.org/0000-0002-0827-4853>

## References

- Barbieri, M. M., & O'Hagan, A. (1996). *A reversible jump MCMC sampler for Bayesian analysis of ARMA time series*. Tech. Rep., Department of Mathematics, University of Nottingham.
- Beran, J. (1994) *Statistics for Long Memory Processes*, Chapman Hall, New York.
- Bhattacharyya, S. C. (2019). *Energy Economics: Concepts, Issues, Markets and Governance*. Springer-Verlag London Ltd. 2nd Edition.
- Chan, N. H., & Palma, W. (1998). State space modeling of long-memory processes. *Annals of Statistics*, 26(2), 719-740.
- Chung, C. F., & Baillie, R. T. (1993). Small sample bias in conditional sum of squares estimators of fractionally integrated ARMA models. *Empirical Economics*, 18, 791-806.
- Deputy of Economic Research (DER). (2021). *Review of the budget bill for the year 1400 for the country*. Available at <https://rc.majlis.ir/fa/report/download/1632285> (accessed 15 February 2021).
- Durham, G., Geweke, J., Porter-Hudak, S., Sowell, F. (2019). *Bayesian inference for ARFIMA models*. *Journal of Time Series Analysis*, 40(4), 388-410.
- Egriglu, E., Gunay, S. (2010): Bayesian model selection in ARFIMA models, *Expert Sys. Appl.*, 37, 8359-8364.
- Fazlalipour Miyandoab, M., Nasiri, P. & Mosammam, A. (2023). Bayesian estimation of fractional difference parameter in ARFIMA models and its application. *Journal Information Sciences*, 629, 144-154.
- Fredrik, N. G., Andersson, L. and Yushu, Li. (2019). Are Central Bankers Inflation Natters? An MCMC Estimator of the Long-Memory Parameter in a State Space Model. *Computational Economics*, 55, 529-549.

- Garland D, John G, Susan PH, et al. (2019). Bayesian inference for ARFIMA models. *J Time Ser Anal.*, 40, 388-410.
- Geweke J, Porter-Hudak S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *J Time Ser Anal*, 4, 221-238.
- Geweke J. (2005). *Contemporary Bayesian econometrics and statistics*. John Wiley and Sons.
- Granger, C. W., and Joyeux, R. (1980). An Introduction to Long-Memory Time Series and Fractional Differencing. *Journal of Time Series Analysis*, 1, 15-30.
- Grassi, S., & Magistris, P. S. (2014). When long memory meets the Kalman filter: A comparative study. *Computational Statistics & Data Analysis*, 76, 301-319.
- Graves, T., Gramacy, R. B., Franzke, C. L. E. and Watkins, N. W. (2015). Efficient Bayesian inference for natural time series using ARFIMA processes. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 22 (6), 679-700. ISSN 1607-7946.
- Haslett, J. and Raftery, A. E. (1989). Space-time Modelling with Long Memory Dependence: Assessing Ireland's Wind Power Resource. *J. Roy. Stat. Soc. Ser. C*, 38, 1-50.
- Hosking JRM. (1981) Fractional differencing. *Biometrika*, 68,165-176.
- Hosking, J. R. M. (1984). Modeling persistence in hydrological time series using fractionally differencing. *Water Resources Research*, 20(12), 1898-1908.
- Hosking, J. R. M. (1984). Modeling persistence in hydrological time series using fractionally differencing. *Water Resources Research*, 20(12), 1898-1908.
- Hurst H. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans Am Soc Civ Eng*. 116(1), 776-808.
- Jeffrey S, Pai NR. (1996). Bayesian modeling of ARFIMA processes by Markov chain Monte Carlo methods. *J Forecast*, 15(2), 63-82.
- Jeffreys, S. P., & Ravishanker, N. (1998). Bayesian analysis of autoregressive fractionally integrated moving-average processes. *Journal of Time Series Analysis*, 19, 99-112.
- Koop G, Ley E, Osiewalski J, Steel MFJ. (1997). Bayesian analysis of long memory and persistence using ARFIMA models. *Journal of Econometrics* 76: 149-169.
- Koop G, Potter S. (2003). *Forecasting in large macroeconomic panels using Bayesian model averaging*. FRB NY Staff Report,163.
- Lo, A.W (1991). Long-term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59, 1279-1313.
- Mandelbrot, BB, Wallis JR. (1968). Noah, Joseph, and operational hydrology. *Water Resources Research* 4: 909-918.

- Nan-Jung Hsu, F., & Breidt, Jay (2003). Bayesian analysis of fractionally integrated ARMA with additive noise. *Journal of Forecasting*, 22, 491-514.
- Pesaran, M., H., Esfahani, H., S., Mohaddes, K. (2012). Oil Export and the Economy of Iran. *Journal of Monetary and Banking Research*. Vol. 4(12), pp. 1-18.
- Reisen, V., Abraham, B., & Lopes, S. (2001). Estimation of parameters in ARFIMA processes: A simulation study. *Communication in Statistics Simulation*, 30(4), 787-803.
- Robinson P. (1995). Gaussian semi, parametric estimation of long-range dependence. *Ann Stat.*, 32(5):1630-1661.
- Robinson, P. M. (1994) Efficient Tests of Nonstationary Hypotheses. *J. Am. Stat. Assoc.*, 89, 1420-1437.
- Smith, J., Nick, T., & Yadav, S. (1997). Comparing the bias and misspecification in ARFIMA models. *Journal of Time Series Analysis*, 18, 507-527.
- Sowell (1992). Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated time series Models. *Journal of Econometrics*, 53, 165-188.
- Sultan, Z., A., Haque, M., I. (2018). Oil Exports and Economic Growth: An Empirical Evidence from Saudi Arabia. *International Journal of Energy Economics and Policy*. Vol. 8(5), pp. 281-287.
- Tieslau, M. A., Schmidt, P., & Baillie, R. T. (1996). *A minimum distance estimator for long memory processes*. *Journal of Econometrics*, 29, 277-302.
- Wan, Zhonglin Hongyan Li, Yi Luo & Yirong Huang (2022). *A novel Bayesian approach to estimate long memory parameter*, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 92:5, 1078-1091, DOI: 10.1080/00949655.2021.1985496.
- Zellner A. (1986). *On assessing prior distributions and Bayesian regression analysis using g-prior distributions*. *Bayesian inference and decision techniques: essays in honor of Bruno de Finetti*. p. 233-243.
- Zhonglin Wan, Hongyan Li, Yi Luo & Yirong Huang (2022). A novel Bayesian approach to estimate long memory parameter. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 92(5), 1078-1091, DOI: 10.1080/00949655.2021.1985496.
- <https://tsdview.cis.cbi.ir/single-data>

**استناد به این مقاله:** فضلعلی پور میاندوآب، مسعود؛ نصیری؛ پرویز. (۱۴۰۴). مدل‌های حافظه بلندمدت با رویکردی بیزی و کاربرد آن در صادرات نفت، پژوهشنامه اقتصاد انرژی ایران، ۵۴ (۱۴)، ۱۳۹-۱۶۰.



Iranian Energy Economics is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

