

مدل چندمحصولی با لحاظ کردن هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش

مهناز افراسیابی*، احمد صادقی**

چکیده

در این مقاله مدل های کلاسیک سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی با در نظر گرفتن هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش توسعه داده می شود. دو مدل ارائه شده است که مدل اول، مدل سفارش اقتصادی با فرض غیر مجاز بودن کمبود می باشد و مدل دوم هم مدل تولید اقتصادی با فرض غیر مجاز بودن کمبود است، از آنجاییکه مدل از نوع برنامه ریزی غیر خطی پیوسته است، حل آن به روش دقیق در زمان معقول امکان پذیر نیست به این سبب از الگوریتم های ابتکاری ژنتیک و ازدحام ذرات برای حل استفاده می شود برای افزایش اثربخشی الگوریتم ها از رویکرد تاگوچی برای تنظیم پارامتر الگوریتم ها استفاده می شود که پس از آن به سنجش دو الگوریتم پرداخته می شود.

کلمات کلیدی: تولید اقتصادی، هزینه نگهداری، الگوریتم ازدحام ذرات

* دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، گروه مهندسی صنایع، قزوین

** عضو هیأت علمی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، گروه مهندسی صنایع،

قزوین، ایران (نویسنده مسئول)؛ a.sadeghi@qiau.ac.ir

مقدمه

از ابتدای پیدایش مطالعات کلاسیک در زمینه مدیریت علمی که به دهه های اول و دوم قرن اخیر بر می گردد، مبحث کنترل موجودی ها و چگونگی تصمیم گیری در مورد آن ها از مشغله های فکری مدیران بوده است و تاکنون تلاش های گسترده ای در این زمینه انجام گرفته و مدل های مختلفی برای کنترل موجودی ها ارائه شده است. اکثر مدل هایی که در ابتدا مطرح شدند مدل های نسبتا ساده ای بودند که تا حد امکان سعی در ساده سازی واقعیات کرده و پارامترهای مدل را به طور قطعی در نظر می گرفتند، ولی دنیای واقعی پیچیده است و به دست آوردن داده ها و اطلاعات معین و قطعی از آن بسیار مشکل است. مساله ثابت بودن پارامترهای نظیر هزینه نگهداری و هزینه راه اندازی و نرخ تقاضا در مدل های موجودی موجب عدم نزدیکی مقدار اقتصادی سفارش و مقدار اقتصادی تولید با شرایط دنیای واقعی شود. بنابراین ضروری است پارامترها، مفروضات و محدودیت ها به گونه ای در نظر گرفته شود که تا حد امکان به واقعیت نزدیک تر شویم. به عنوان مثال هزینه نگهداری کالاهای فاسد شدنی با گذشت زمان افزایش میابد. بنابراین مساله را با در نظر گرفتن هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش بررسی می کنیم و به کمک 40 مثال عددی به مقایسه الگوریتم های استفاده شده می پردازیم.

پیشینه تحقیق

هادلی^۱ و ویتن^۲ مدل های مختلفی از مدل تولید اقتصادی و مدل سفارش اقتصادی را در شرایطی بررسی نمودند که در آن ها پارامتر تقاضا به صورت احتمالی در نظر گرفته شده بود و کمبود موجودی نیز در آن لحاظ گردیده بود [۱]. پان^۳ و دیگران سیستم های موجودی یکپارچه را با هدف بهینه سازی همزمان مقدار سفارش، زمان تولید، کمبود در نقطه سفارش بررسی کردند [۲]. آن ها دو مدل موجودی ارائه کردند که در مدل اول تقاضا به صورت

¹ Hadley, G

² Whitin, T.M

³ Pan, C.H

توزیع نرمال و در مدل دوم تقاضا به صورت یک توزیع عمومی در نظر گرفته شده است. اسفیکاس^۱ مدل‌های سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن هزینه های کمبود به دو صورت ثابت و خطی بسط و توسعه داد. لیدا یک مدل تولید موجودی پویایی مرور دوره ای بی ثبات با تقاضا و ظرفیت تولید نامعلوم را در نظر گرفت [۳]. گوح^۲ مدل موجودی کلاسیک را در حالتی که تقاضا وابسته به سطح موجودی و هزینه نگهداری وابسته به زمان توسعه داد. هزینه نگهداری را به دو صورت در نظر گرفت، در حالت اول به صورت تابع غیرخطی از کمبود و در حالت دوم به صورت تابع غیرخطی از سطح موجودی [۴]. گیری^۳ مدل سفارش سنتی را برای اقلام فاسد شدنی، در حالتی که کمبود مجاز و نرخ تقاضا و هزینه نگهداری به صورت تابع پیوسته از زمان در نظر گرفت [۵]. بیکر^۴ و اوربان^۵ یک سیستم موجودی قطعی در حالتی که نرخ تقاضا در سطح موجودی به وسیله یک چند جمله ای بررسی کردند یک الگوریتم برنامه‌ریزی غیر خطی را برای تعیین مقدار سفارش بهینه و نقطه سفارش مجدد ارائه نمود [۶]. آکساتر^۶ سیاست سفارش دهی بهینه را برای یک سیستم موجودی مرور دائم ارائه کرده است، بطوریکه تقاضایی مشتری از توزیع پواسون پیروی می‌کند و زمان تحویل بازسازی ثابت [۷]. بای^۷ و همکاران جواب نزدیک به بهینه برای پارامترهای مدل نقطه سفارش، هنگامیکه مقادیر تقاضا با ذخیره موجودی ناشناخته اند را به دست آوردند [۸]. دومینی و هیل تعداد سفارشات مشتریان را دارای تابع توزیع پواسون و تعداد سفارشات را متغیر تصادفی فرض کردند. در این مدل، تابع هدف توسعه یافته، دو هزینه کمبود و نگهداری موجودی را کمینه می‌کند و از روشی ابتکاری برای حل مدل بهره گرفته شده است [۹]. میهمی و نخعی یک مدل کنترل موجودی و قیمت گذاری هم زمان برای کالاهای فسادپذیر غیرآنی با تاخیر مجاز در پرداخت ها ارائه کردند. هدف اصلی تعیین قیمت

¹ Sphicas. G.P

² Goh, M

³ Giri, B.C

⁴ Baker, R.C

⁵ Urban, T.L

⁶ Axsater, S

⁷ Bai, L

فروش بهینه، برنامه بازپرسازی بهینه، مقدار سفارش بهینه به طور همزمان بود، طوری که سود کل را ماکزیمم کند [۱۰]. جین^۱ و گوپتا^۲ یک سیستم موجودی با کالاهای فسادپذیر غیرآنی را در نظر گرفتند که در آن نرخ تقاضا تابعی از تبلیغات کالا و قیمت فروش بود آن ها با تعیین پارامترهای بهینه موجودی و بازاریابی سود کل خرده فروش را ماکزیمم کردند [۱۱]. شوندی و همکاران یک مدل موجودی و قیمت گذاری چندکالایی برای کالاهای فسادپذیر ارائه دادند که در آن کالاها ممکن است جانشین، مکمل و یا مستقل از هم باشند هدف مدل، تصمیم گیری روی قیمت ها و نیز تصمیمات موجودی و تولید در سفارش برای بیشینه سازی سود کل است. مدل این تحقیق، یک مدل برنامه ریزی غیر خطی است که یک الگوریتم ژنتیک برای حل آن توسعه داده شده است [۱۲]. قاسمی و نجفی مدل سفارش تک محصولی را با در نظر گرفتن هزینه نگهداری به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش را به ازای اسپیلون های مختلف بررسی کردند [۱۳]. قاسمی مدل تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن هزینه های نگهداری متفاوت برای دو مدل بدون کمبود و با کمبود بررسی کردند [۱۴].

مدل تحقیق

در این تحقیق سعی شده با اعمال محدودیت های فضای انبار و تعداد سفارش و محدودیت سرمایه، و با در نظر گرفتن هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش، کل هزینه های سیستم که شامل هزینه نگهداری و خرید و سفارش می باشد کمینه نمود. و از روشی ابتکاری برای حل مدل بهره گرفته شده است.

مفروضات

نرخ تقاضایی کالا ثابت است.

تمامی پارامترها ثابت قطعی هستند.

هزینه نگهداری به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش است.

هزینه خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش است.

مدل چند محصولی و کمبود موجودی جایز نیست

¹ Jain, M

² Gupta, R

پارامترها D_i : تقاضایی سالیانه محصول A_i A_i : هزینه سفارش‌دهی محصول A_i h_i : هزینه نگهداری واحد کالا برای محصول A_i که بصورت تابعی افزایشی از T_i بصورت زیر محاسبه می‌شود h_0 : ضریب متغیر هزینه نگهداری در بازه زمانی سیکل سفارش h_{min} : حداقل هزینه نگهداری ممکن C_i : هزینه خرید (قیمت تمام شده) واحد کالا برای محصول A_i که بصورت تابعیافزایشی از T_i بصورت فوق محاسبه می‌شود C_0 : ضریب متغیر هزینه خرید در بازه زمانی سیکل سفارش C_{min} : حداقل هزینه خرید ممکن P_i : تولید سالیانه محصول A_i f_i : مقدار فضای مورد نیاز محصول A_i Cap : ظرفیت انبار X : حداکثر سرمایه درگیر موجودی N : ظرفیت تعداد سفارش T_i : زمان سیکل سفارش محصول A_i Q_i : مقدار سفارش/تولید اقتصادی محصول A_i n : تعداد محصولات**توسعه مدل**

در مدل موجودی مورد بررسی هدف کمینه سازی کل هزینه‌ها (شامل هزینه سفارش‌دهی، هزینه نگهداری و هزینه خرید). همچنین با فرض محدودیت‌های فضای انبار، سرمایه و تعداد سفارش و غیر مجاز بودن کمبود بررسی می‌شود

مدل سفارش اقتصادی با فرض غیر مجاز بودن کمبود

در این بخش، مدل‌های EOQ در حالتی که کمبود مجاز نیست، در شرایطی که هزینه نگهداری و هزینه خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش در نظر گرفته می‌شود، توسعه داده می‌شود. ابتدا هزینه نگهداری و هزینه خرید (قیمت تمام شده) کالا به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} h &= h_{\min} + h_0 T^\varepsilon & 0 < \varepsilon < 1 & \quad (1) \\ c &= c_{\min} + c_0 T^\varepsilon & 0 < \varepsilon < 1 & \end{aligned}$$

با توجه به اینکه h_{\min} و c_{\min} به ترتیب کمترین هزینه نگهداری و کمترین هزینه خرید می‌باشد با افزایش ε (ε عددی است مثبت بین صفر و یک)، چون $T \leq 1$ است بنابراین $c_0 T^\varepsilon$ و $h_0 T^\varepsilon$ کاهش می‌یابد در ضمن مجموع دو هزینه مینیمم، مینیمم می‌شود. مدل ریاضی مساله را به صورت زیر می‌توان تعریف نمود.

$$\text{MIN} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{A_i}{T_i} + \frac{h_i D_i T_i}{2} + c_i D_i \right) \quad (2)$$

Sit :

$$\sum_{i=1}^n f_i Q_i \leq \text{Cap} \quad (I_{\max} = Q_i) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i \leq X \quad (I_{\max} = Q_i) \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \leq N \quad (5)$$

$$h_i = h_{\min_i} + h_{0_i} T_i^\varepsilon \quad (6)$$

$$c_i = c_{\min_i} + c_{0_i} T_i^\varepsilon \quad (7)$$

$$Q_i = D_i T_i \quad (8)$$

$$Q_i \leq D_i \quad (10)$$

$$T_i, Q_i, h_i, c_i > 0$$

رابطه ۲ مربوط به حداقل نمودن هزینه کل سالیانه مورد انتظار است که از مجموع هزینه های نگهداری و سفارش دهی و خرید سالیانه به دست آمده است. رابطه ۳ مربوط به محدودیت فضای انبار و رابطه ۴ مربوط به محدودیت سرمایه و رابطه ۵ مربوط به محدودیت تعداد سفارش می‌باشد. روابط ۶ و ۷ به ترتیب نشان می‌دهند هزینه نگهداری و هزینه خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش در نظر گرفته شده است. از طریق رابطه ۸ مقدار سفارش یا تولید اقتصادی را بدست می‌آوریم. رابطه ۹ نشان می‌دهد مقدار سفارش کوچکتر از نرخ تقاضا در سال می‌باشد و رابطه ۱۰ هم متغیرهای تصمیم مساله را نشان می‌دهد.

مدل تولید اقتصادی با فرض غیر مجاز بودن کمبود

در این بخش، مدل ریاضی با توجه به فرض‌های گفته شده و کمینه‌سازی هزینه کل موجودی سامانه ارایه می‌شود. مدل شامل هزینه‌های سفارش دهی و نگهداری و هزینه خرید است. تابع هدف و محدودیت‌های مساله را به صورت زیر می‌توان تعریف نمود.

$$MIN = \sum_{i=1}^n \left(\frac{A_i}{T_i} + \frac{h_i D_i T_i}{2P_i} (P_i - D_i) + c_i D_i \right) \quad (11)$$

Sit:

$$\sum_{i=1}^n f_i Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} \right) \leq Cap \quad (I_{max}) \quad (12)$$

$$= Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} \right) \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} \right) \leq X \quad (I_{max}) \quad (14)$$

$$= Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \leq N \quad (15)$$

$$\quad (16)$$

$$h_i = h_{\min_i} + h_{0_i} T_i^\epsilon \quad (17)$$

$$c_i = c_{\min_i} + c_{0_i} T_i^\epsilon \quad (18)$$

$$Q_i = D_i T_i \quad (19)$$

$$Q_i \leq D_i$$

$$T_i, Q_i, h_i, c_i > 0$$

روش‌های حل

الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات پیشنهادی

الگوریتم فراابتکار بهینه‌سازی گروه ذرات روش محاسباتی تکاملی مبتنی بر جمعیت جواب‌ها است. مانند سایر الگوریتم‌های فراابتکاری^۱، الگوریتم مذکور ابزار بهینه‌سازی است که می‌تواند برای حل انواع مختلفی از مسایل بهینه‌سازی به کار گرفته شود. این الگوریتم از جدیدترین روش‌های فراابتکاری است که با الهام‌گیری از رفتار اجتماعی گروهی از پرندگان مهاجر که در تلاش برای دستیابی به مقصد ناشناخته‌ای هستند، توسط کندی^۲ و ابرهارت^۳ (۱۹۹۵) در سال ۱۹۹۵ میلادی توسعه داده شده است. در الگوریتم ازدحام ذرات^۴ (PSO)، جمعیت جواب‌ها، گروه نامیده می‌شود و هر جواب مانند یک پرنده در گروهی از پرندگان است و ذره نام دارد و شبیه کرموزوم در الگوریتم ژنتیک است. تمامی ذرات دارای مقدار شایستگی هستند که با استفاده از تابع شایستگی محاسبه می‌گردند و تابع شایستگی ذرات باید

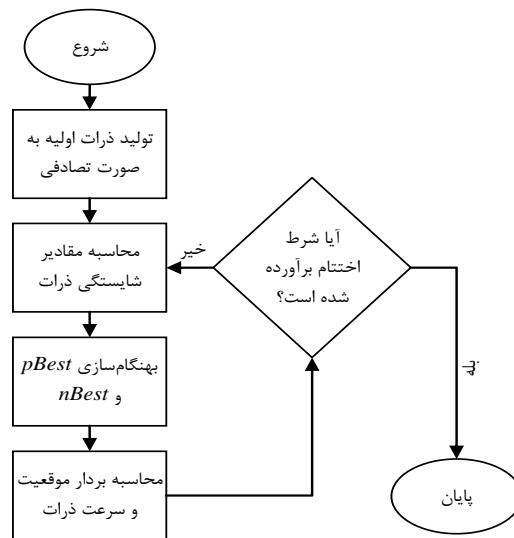
¹ Meta-Heuristic

² Kennedy

³ Eberhart

⁴ Particle Swarm Optimization

بهینه گردد. جهت حرکت هر ذره توسط بردار سرعت آن ذره معین می‌شود. برخلاف الگوریتم ژنتیک، در فرآیند تکاملی الگوریتم مذکور، پرندگان جدیدی از نسل قبل (جواب-های جدید از جواب‌های قبلی) ایجاد نمی‌گردد، بلکه هر پرنده رفتار اجتماعی خود را با توجه به تجربیاتش و رفتار سایر پرندگان گروه تکامل بخشیده و مطابق آن حرکت خود را به سوی مقصد بهبود می‌دهد. به عبارت دیگر، در این الگوریتم عملگرهای تکاملی چون تقاطع و جهش وجود ندارد (هوو و همکاران، ۲۰۰۴؛ جاثو و همکاران، ۲۰۰۶). ساختار کلی الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات در شکل ۱ ارائه شده است.



شکل ۱. ساختار الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات

برای حرکت ذرات در هر تکرار الگوریتم معادلات دینامیکی تعریف می‌شوند که توسط آنها سرعت هر ذره در هر جهت تعیین شده و با توجه به این سرعت مکان بعدی ذره مشخص می‌گردد. بدیهی است پس از انتقال ذرات به مکانهای جدید مراحل بررسی برازندگی (و یا هزینه) و ذخیره‌سازی مقادیر جدید در حافظه‌های مرتبط طبق توضیحات بند قبل انجام می‌گیرد. سرعت و مکان هر ذره در هر مرحله به ترتیب و با استفاده از روابط (۱۹) و (۲۰) به روز می‌شود.

$$V_i(t+1) = \rho v_i(t) + C_1 R_1 (p_i^{best}(t) - X_i(t)) + C_2 R_2 (p_i^{gbest}(t) - X_i(t)) \quad (19)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad (20)$$

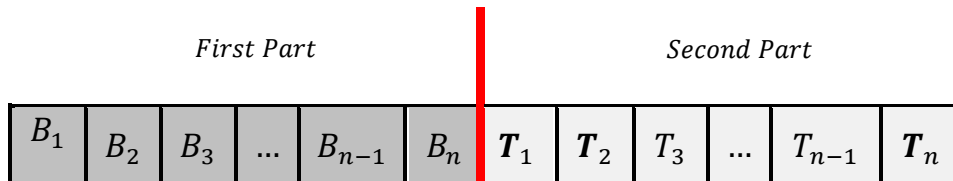
که در آن، ρ پارامتر اینرسی است و مدل‌کننده تمایل ذره به حفظ مولفه i - ام سرعت اش می‌باشد، C_1 و C_2 ضرایب ثابت موسوم به ضرایب یادگیری هستند. C_1 ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره است و در مقابل C_2 ضریب یادگیری مربوط به تجارب کل جمع می‌باشد. P_i^{gbest} بهترین موقعیتی است که توسط همه‌ی ذرات پیدا شده است و P_i^{best} بهترین موقعیتی که ذره تا به حال تجربه کرده است. R_1 و R_2 عدد تصادفی بین صفر و ۱ می‌باشند که باعث می‌شوند که نوعی گوناگونی در جوابها به وجود بیاید و به این نحو جستجوی کامل تری روی فضا انجام پذیرد. از معادله فوق می‌توان به این نتیجه رسید که هر ذره به هنگام حرکت، جهت حرکت قبلی خود، بهترین موقعیتی را که در آن قرار داشته است و بهترین موقعیتی را که توسط کل جمع تجربه شده است، در نظر می‌گیرد.

نمایش کروموزوم^۱

گام مهم در بکارگیری GA طراحی کروموزوم موجه است که بیانگر پاسخ مساله است. کروموزوم طراحی شده شامل دو بخش است
بخش اول برداری به طول متغیرهای کمبود که درایه‌های آن عدد تصادفی بزرگتر از صفر است.

^۱ Chromosome

بخش دوم برداری به طول متغیرهای دوره سفارش که درایه های آن عدد تصادفی بزرگتر از صفر است. شکل ۲ نشان دهنده‌ی کروموزوم تولید شده‌است.



شکل ۲. کروموزوم تولید شده

عملگر تقاطع^۱

فرایند تقاطع، یک جفت کروموزوم بالغ باید دو فرزند ایجاد کنند. این کار توسط یک جفت کروموزوم از نسل به طور تصادفی با احتمال r_c انجام می‌شود. گونه‌های زیادی از عملگرهای تقاطع وجود دارند، مانند تقاطع تک نقطه‌ای، دو نقطه‌ای، چندنقطه‌ای، یکنواخت که در این پژوهش از تقاطع تک نقطه‌ای برش استفاده شده است.

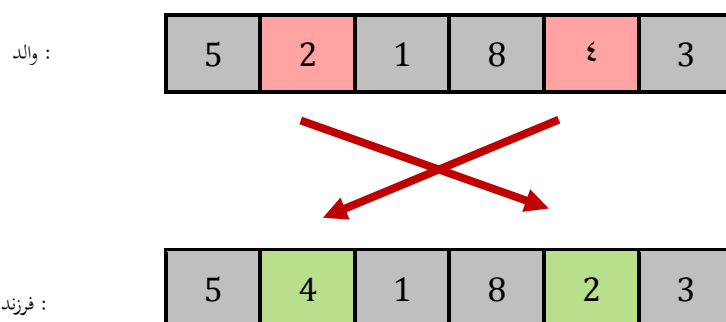
والد ۱ :	1	7	3	2	6	3
والد ۲ :	3	2	1	2	4	5
فرزند ۱ :	1	7	3	2	4	5
فرزند ۲ :	3	2	1	2	6	3
فرزند اصلاح شده ۱ :	1	7	3	2	1	5
فرزند اصلاح شده ۲ :	3	2	1	2	6	8

شکل ۳. عملگر تقاطع

¹ Crossover operator

عملگر جهش^۱

عملگر جهش فضایی از جواب‌ها را جستجو می‌کند که توسط عملگر تقاطع یافت نشده است. عملگرهای جهشی عملگرهایی هستند که یک یا چند ژن از یک کروموزوم را انتخاب و مقادیر آن را تغییر می‌دهند. در این عملگرها یک یا چند محل از یک رشته کاراکتری با طول خاص در نظر گرفته شده و مقادیر کاراکترها در آن محل‌ها تغییر می‌یابد. با توجه به این که عملگر جهش مورد استفاده در این تحقیق، عملگر جهش جابه‌جایی می‌باشد از جهش جابه‌جایی به این صورت استفاده می‌شود که دو ژن را از یک کروموزوم گرفته و جای آن دو را با هم عوض می‌کنند. روند فوق در شکل ۴ نشان داده می‌شود.



شکل ۴. عملگر جهش

مثال عددی

مطابق با جدول ۱، پنج اندازه متفاوت با توجه به تعداد محصولات برای مسائل نمونه در نظر گرفته شده است که در هر اندازه چهار نوع مسئله متمایز با توجه به بازه انتخابی برای هزینه-های ثابت سفارش و مقدار ثابت E بکار گرفته می‌شود. در مجموع ۴۰ مسئله نمونه برای آزمایش طراحی شده است. سایر پارامترهای مورد نیاز برای مسائل نمونه، به شرح جدول ۲ تنظیم می‌گردند.

¹ Mutation operator

جدول ۱: ساختار مسائل نمونه

پارامتر	تنظیم پارامتر
D	$U[100,200]$
P	$U[250,350]$
h_0	$U[5,10]$
h_{min}	$U[10,20]$
c_0	$U[10,15]$
c_{min}	$U[20,40]$
F	$U[2,10]$
Cap	$U[0.5, 1] \times \sum_i f_i \cdot D_i$
X	$\sum_i c_{min_i} \cdot D_i$
N	$\sum_i U[2, 5]_i$

جدول ۲: طراحی پارامترهای مسائل نمونه

اندازه	انواع مسائل (I)	هزینه سفارش (A)	ثابت ϵ
5	I	(50,100)	0.25
10	II	(50,100)	0.75
20	III	(500,1000)	0.25
40	IV	(500,1000)	0.75
80			

جدول ۳. پارامترهای الگوریتمها و سطوح آنها

سطوح	نماد	پارامتر
اندازه جمعیت (pop_size)	A	A(1) - 50
		A(2) - 100
		A(3) - 150
ضریب C_1	B	B(1) - 1.5
		B(2) - 2
		B(3) - 2.5
ضریب C_2	C	C(1) - 1.5
		C(2) - 2
		C(3) - 2.5
ضریب اینرسی W_{min}	D	D(1) - 0.1
		D(2) - 0.2
		D(3) - 0.3
ضریب W_{max} اینرسی	E	E(1) - 0.7
		E(2) - 0.8
		E(3) - 0.9
نرخ تقاطع (Γ_c)	F	F(1) - 0.7
		F(2) - 0.8
		F(3) - 0.9
نرخ جهش (Γ_m)	G	G(1) - 0.05
		G(2) - 0.1

بر اساس نتایج بدست آمده از روش تاگوچی، پارامترهای هر الگوریتم مطابق با جدول ۴ تنظیم می‌گردد.

جدول ۴: بهترین ترکیب برای پارامترهای الگوریتمها

	pop_size	C_1	C_2	W_{min}	W_{max}	Γ_c	Γ_m
GA	100	-	-	-	-	0.8	0.1
PSO	100	2	2	0.3	0.8	-	-

سنجش دو الگوریتم

برای سنجش الگوریتم‌ها از شاخص‌های کمترین پاسخ و بیشترین پاسخ و میانگین پاسخ استفاده شده است. برای سنجش این دو الگوریتم بیست مسأله گوناگون ده بار اجرا شده است که در جدول ۵ و ۶ مقادارهای شاخص‌های مورد نظر آمده است. در این بخش نتایج حاصل از اجرای دو الگوریتم بر اساس تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

جدول ۵: سنجش دو الگوریتم حل مدل تک‌هدفه (مدل سفارش اقتصادی بدون کمبود)

Model 1							
مسائل نمونه	Lingo	GA			PSO		
		Min	Mean	Max	Min	Mean	Max
1	36939.61	37355.03	37444.7	37499.35	36939.06	36939.07	36939.09
2	38759.74	38984.2	39044.27	39087.43	38759.44	38759.44	38759.45
3	39178.34	39828.78	40073.54	40276.32	39177.4	39177.42	39177.45
4	36557.84	36901.44	37051.08	37187.83	36557.28	36557.29	36557.3
5	40579.87	40613.37	40643.83	40675.5	40579.81	40579.81	40579.81
6	39879.11	40221.08	40358.69	40475.91	39878.61	39878.62	39878.63
7	33937.34	33974.11	34028.62	34099.34	33937.15	33937.15	33937.15
8	37258.61	37293.74	37336.23	37387.42	37258.48	37258.48	37258.48
9	67349.7	68656.04	69346.78	69695.92	67349.44	67349.67	67350.01
10	80816.55	81884.46	82308.35	82560.23	80816.37	80816.48	80816.65
11	64413.83	67330.24	68063.7	68541.15	64413.15	64413.18	64413.22
12	72520.96	74468.69	75276.94	75742.22	72520.52	72520.53	72520.55
13	94283.4	95112.88	95269.93	95424.54	94283.29	94283.29	94283.29
14	79348.62	81221.56	81666.81	81982.85	79348.22	79348.24	79348.26
15	80628.09	81607.14	82490.18	82943.29	80627.88	80627.88	80627.88
16	87455.75	88360.01	88880.05	89183.91	87455.59	87455.59	87455.59
17	not found	135235.4	136482	137541.8	129846.5	129850.2	129856.8
18	not found	154316.9	155193.7	156011.1	150196.6	150198.5	150201.8

19	not found	127044.6	127613.3	127920.7	119056	119060.9	119067.4
20	not found	144942.3	145308.1	145537.4	138362	138364.4	138367.7
21	not found	173398.4	173905.4	174480.4	170546.7	170546.7	170546.7
22	not found	150221.5	150759.3	151200.5	144801.4	144803.8	144807.1
23	not found	162840	163002.9	163154	157668	157668	157668
24	not found	168119.2	168454.2	168817.2	164107.4	164107.4	164107.4
25	not found	270175.6	271684.2	272781.3	253056.3	253174.3	253309.1
26	not found	310322.5	314377.9	317000	295470.4	295529.4	295596.8
27	not found	259774.9	259997.2	260253.3	237081.2	237526.3	238354.1
28	not found	259774.9	259997.2	296478	271373.1	271595.6	272009.6
29	not found	350469.3	357071.7	361218.6	337884.5	337884.5	337884.5
30	not found	305122.1	308534.4	310736	287482.9	287705.4	288119.3
31	not found	318407.6	326618.9	332702.7	305665	305665	305665
32	not found	334438.5	341845.3	346960.7	321774.8	321774.8	321774.8
33	not found	543900	550482.1	554986.1	518212.3	520240.8	521823.7
34	not found	624112.2	631561.1	636062.9	584010.3	585122.6	585971.3
35	not found	519162.8	524519	530113.6	479187.1	479772.9	480455.8
36	not found	590713.3	597683.7	604520.1	544175.4	544476.6	544823.5
37	not found	704324.4	712640.1	717139.6	649808.3	650004.3	650119
38	not found	611743.6	618579.5	623626.6	564497.7	564888.6	565287.4
39	not found	662263.9	670848.5	678926.6	609163.7	609180.3	609191.1
40	not found	352162.2	356320	358569.8	324904.1	325002.2	325059.5

جدول ۶: سنجش دو الگوریتم حل مدل تک‌هدفه (مدل تولید اقتصادی بدون کمبود)

Model 2							
مسائل نمونه	Lingo	GA			PSO		
		Min	Mean	Max	Min	Mean	Max
1	35477.83	35688.74	35795.42	35852.6	35477.07	35477.07	35477.07
2	36960.59	37083.87	37149.85	37186.86	36960.18	36960.18	36960.18
3	37595.25	38022.71	38242.79	38489.99	37593.92	37593.92	37593.92
4	35034.9	35273.33	35397.74	35541.88	35034.21	35034.2	35034.2
5	38443.34	38478.99	38504.28	38521.11	38443.29	38443.29	38443.29
6	38019.3	38250.85	38373.54	38505.55	38018.61	38018.6	38018.6

7	32474.54	32523.95	32552.7	32593.76	32474.49	32474.49	32474.49
8	35458.94	35501.47	35528.49	35557.44	35458.89	35458.89	35458.89
9	64851.8	65652.17	66048.77	66523.75	64851.77	64851.77	64851.77
10	76609.02	77161.71	77445.67	77758.1	76608.97	76608.97	76608.97
11	62189.13	64239.06	64584.24	64902.97	62188.64	62188.64	62188.64
12	69608.95	70968.29	71369.11	71644.07	69608.61	69608.61	69608.61
13	88366.24	88671.25	88842.58	888992.4	88366.16	88366.16	88366.16
14	75277.69	76455.16	76713.41	76947.71	75277.4	75277.4	75277.4
15	77028.76	77697.51	78153.99	78385.16	77028.58	77028.58	77028.58
16	82697.5	83184.38	83498.28	83688.8	82697.37	82697.37	82697.37
17	not found	128390.3	129008.9	129505.9	125313.9	125313.9	125313.9
18	not found	145767.9	146827.7	147612.6	142622.8	142622.7	142622.7
19	not found	12.517.9	120806.6	121095.9	114406.7	114406.7	114406.7
20	not found	136291.7	136874.7	137533.4	131671.8	131671.7	131671.7
21	not found	163145.5	164646.5	165719.2	159931.6	159931.6	159931.6
22	not found	141831.7	142726.6	143407.6	137169.2	137169.1	137169.1
23	not found	152065.4	152942.8	153970.8	148936.8	148936.8	148936.8
24	not found	157605.5	158794.7	159845	154434.2	154434.2	154434.2
25	not found	253007.5	253617	254489.7	243480.3	243480.3	243480.3
26	not found	291287.6	292950	295156.8	280030.5	280030.4	280030.4
27	not found	244670.9	245156.7	246070.2	228725.6	228725.6	228725.6
28	not found	274054.2	276087.5	277814.1	259723.4	259723.3	259723.3
29	not found	329567.7	332283.1	335823.9	316580.6	316580.6	316580.6
30	not found	287119.3	288719.9	290947.1	272653.1	272653.1	272653.1
31	not found	303437.4	307018.4	309558	290721.1	290721.1	290721.1
32	not found	316502.6	319650.7	322691	303650.9	303650.8	303650.8
33	not found	518498.2	519822.2	521906.7	499551.4	499551.4	499551.4
34	not found	589983.8	592884.6	595855.4	557356	557356	557356
35	not found	493160.1	494302.9	496380.5	462116.6	462116.6	462116.6
36	not found	565145.9	571803.8	576642.5	521205.9	521205.9	521205.9
37	not found	661469.3	665947	669804.1	615160.5	615160.5	615160.5
38	not found	577314.7	580124.9	583092.3	538638.6	538638.6	538638.6
39	not found	637131.7	649304.7	656904.4	580295.2	580295.2	580295.2
40	not found	649300.5	657625.8	663354.3	597727.9	597727.9	597727.9

مقایسه عملکرد الگوریتم بر اساس تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه^۱ (MADM)

مدل‌های بهینه‌سازی از دوران نهضت صنعتی در جهان و به خصوص از زمان جنگ جهانی دوم همواره مورد توجه ریاضی‌دانان و دست‌اندرکاران صنعت بوده است. تاکید اصلی بر مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی، داشتن یک معیار (یا یک تابع هدف) است. اما توجه محققین در دهه‌های اخیر معطوف به مدل‌های چند معیاره^۲ (MCDM) برای تصمیم‌گیری‌های پیچیده شده است. در این تصمیم‌گیری‌ها به جای استفاده از یک معیار سنجش بهینگی از چندین معیار سنجش استفاده می‌شود.

این مدل‌های تصمیم‌گیری به دو دسته تقسیم می‌گردند: مدل‌های چندهدفه^۳ (MODM) و مدل‌های چند شاخصه (MADM)، به گونه‌ای که مدل‌های چندهدفه به منظور طراحی به کار گرفته می‌شود در حالی که مدل‌های چندشاخصه به منظور انتخاب گزینه برتر استفاده می‌گردند. در واقع، مدل‌های چندشاخصه، انتخاب‌گر بوده و به منظور انتخاب مناسب‌ترین گزینه از بین چندین گزینه موجود به کار می‌روند. در این تحقیق از روش تاپسیس به منظور انتخاب الگوریتم مناسب‌تر استفاده می‌شود و مدل تاپسیس^۴ توسط هوانگ^۵ و یون^۶ پیشنهاد شد. این مدل یکی از بهترین مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه است و از آن استفاده زیادی می‌شود. در این روش m گزینه بوسیله n شاخص، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. اساس این روش، براین مفهوم استوار است که گزینه انتخابی، باید کمترین فاصله را با راه حل ایده‌آل مثبت (بهترین حالت ممکن) و بیشترین فاصله را با راه حل ایده‌آل منفی (بدترین حالت ممکن) داشته باشد. فرض بر این است که مطلوبیت هر شاخص به طور یکنواخت افزایشی یا کاهش‌ی است.

^۱ Multiple Attribute Decision-Making

^۲ multiple Criteria Decision-Making

^۳ Multiple Objective Decision-Making

^۴ TOPSIS

^۵ Hwang

^۶ Yoon

جدول ۷: اطلاعات لازم جهت تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری مدل ۱

الگوریتم	شاخص			
	متوسط سود	Min	Mean	Max
الگوریتم GA	۱۹۶۶۱۶۸۳	1229.33	2951.187	8792.529
الگوریتم PSO	۲۹۰۳۵۳۵۹	1354.07	3011.52	8947.87

جدول ۸: اطلاعات لازم جهت تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری مدل ۲

الگوریتم	شاخص			
	متوسط سود	Min	Mean	Max
الگوریتم GA	۲۲۱۶۶۸۴۳	۴۹,۴۸۵	۲۸۷۰,۳۴	۲۲۷۶,۶۹
الگوریتم PSO	۳۰۹۵۳۹۳۵	۶۸,۹۸	۴۸۱۴,۴۴۵	۲۴۹۴,۴۳

در اجرای روش تاپسیس ابتدا ماتریس تصمیم با روش بی‌مقیاس‌سازی نورم بی‌مقیاس شده و با ضرب در ماتریس قطری وزن‌ها که با استفاده از نظرات متخصصان و صاحبان امر به دست آمده، ماتریس وزن‌نرمال حاصل شده است. سپس بردار بهترین مقادیر هر شاخص ماتریس وزن‌نرمال (راه‌حل ایده‌آل مثبت) و بردار بدترین مقادیر هر شاخص ماتریس وزن‌نرمال (راه‌حل ایده‌آل منفی) مشخص گردیده و فاصله‌گزینه‌ها را از راه‌حل ایده‌آل مثبت و منفی محاسبه شده است. سپس گزینه‌ها برحسب اینکه دارای کمترین فاصله از ایده‌آل مثبت و بیشترین فاصله از ایده‌آل منفی باشند رتبه‌بندی می‌شوند. نتایج این رتبه‌بندی در جدول ۹ و ۱۰ آورده شده است.

جدول ۹: اجرای روش تاپسیس در مورد مدل ۱

رتبه	ضریب نزدیکی	فاصله از حل ایده آل منفی	فاصله از حل ایده آل مثبت
۱	۰,۶۶۷۹	۰,۰۶۴۵	۰,۰۳۲۷
۲	۰,۳۲۰۱	۰,۰۳۷۹	۰,۰۸۰۷

جدول ۱۰: اجرای روش تاپسیس در مورد مدل ۲

رتبه	ضریب نزدیکی	فاصله از حل ایده آل منفی	فاصله از حل ایده آل مثبت	
۱	۰,۵۴۱۸	۰,۰۶۷۸	۰,۰۵۰۳	الگوریتم PSO
۲	۰,۴۶۱۸	۰,۰۵۳۰	۰,۰۶۳۹	الگوریتم IGA

که بر اساس جداول فوق الگوریتم PSO ارجحیت اول را در رتبه‌بندی در هر دو مدل با استفاده از روش تاپسیس به دست آورده است.

نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پژوهش تلاش شد در زمینه مدل‌های موجودی با غیر ثابت در نظر گرفتن پارامتر مربوط به هزینه نگهداری و هزینه خرید از طریق تابعی افزایشی و پیوسته از زمان سیکل سفارش و با اعمال محدودیت‌های فضای انبار، سرمایه و تعداد دفعات سفارش جهت تعیین مقدار اقتصادی سفارش و مقدار اقتصادی تولید در حالتی که کمبود مجاز نیست مدل‌هایی ارائه شود که به شرایط دنیای واقعی نزدیکتر باشند. با توجه به شرایط فوق که مدل حاصله از نوع برنامه‌ریزی غیرخطی است. برای حل و مقایسه از الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک و ازدحام ذرات استفاده شده است. برای توسعه تحقیق می‌توان پیشنهادهای زیر را توصیه کرد:

- در این تحقیق هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش در نظر گرفته شد. در تحقیقات آتی می‌توان به صورت تابعی کاهش‌ی از سیکل سفارش در نظر گرفت.
- بررسی پارامترهای در شرایط غیر قطعی، برای نمونه به صورت فازی و یا احتمالی.
- استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری دیگر مانند الگوریتم آنیل شبیه سازی شده و الگوریتم رقابت استعماری.
- بررسی در شرایط متغیر قیمتی مانند شرایط تخفیف
- در تحقیقات آتی می‌توان متغیرهای دیگر به عنوان مثال تقاضا و یا هزینه راه‌اندازی را به صورت پارامتر در نظر گرفت.
- استفاده از روش‌های ابتکاری برای تولید جمعیت اولیه به جای تولید تصادفی

منابع

Hadley, G., Whitin, T.M., (1975), *An optimal final inventory model*, Prentic Hall.

Pan, C.H., Lo, M.C., Hsiao.Y.C.,(2004), *optimal reorder point inventory models with variable lead time and backorder discount considerations*, *European Journal of Operational Research*, 158, 488-505

Sphicas, G.p., (2006), *EOQ and EPQ with linear and fixed backorder costs: two cases identified and models analyzed without calculus*, *Int. J. Production Economics*, 100, 59-64.

Goh, M.,(1992), *Some results for inventory models having inventory level dependent demand rate*, *International Journal of Operational Economics*, 27(1), 155-160.

Girin, B.C., Goswami, A., Chaudhuri, K.s., (1996), *An EOQ model for deteriorating items with time-varying demand and costs*, *Journal of Operational Research Society*, 47(11), 1398-1405

Baker, R.C., Urban, T.L., (1988), *a deterministic inventory system with an inventory-level-dependent demand rate*, *Journal of Operational Research Society*, 39(9), 823-831.

Axsater, S., *Initiation of an inventory control system when the demand starts at given time*, *International Journal of Production Economics*, 2011, doi:10.1016/j.ijpe.2011.5.028.

Bai, L., et al., *A simple and robust batch-ordering inventory policy under incomplete demand knowledge*, *Computer & Industrial Engineering*, 2012, 63, 343-353.

Alfares, H.K.,(2007), *Inventory model with stock-level dependent demand*

rate and quantity based holding cost, *Int. J. Production Economics*, 108-265.

Darwish, M.A., (2008), *EPQ models with varying setup cost*. *Int. J. Production Economics*, 113 ,297-306

Hou, L.h., (2007), *An EOQ model with setup cost and process quality as functions of capital expenditure*, *Applied Mathematical Modelling*, 31, 10-17.

Teng, J.T., Chang, H.J., Dye, C.Y., Hung C.H.,(2005), *Deterministic economic production quantity models with time-varying demand and cost*, *Applied Mathematical Modelling*, 29, 987-1003.

Maihami, R., Nakhai, I., (2012), *Joint control of inventory and its pricing for non-instantaneously deteriorating items under permissible delay in payments and partial backlogging*, *Mathematical and Computer Modeling*, 55,1422-1733.

Jain, M., Gupta, R., (2013). *Optimal replacement policy for a repairable system with multiple vacations and imperfect fault coverage*, *Computers & Industrial Engineering*, 66, 710-719.

Shavandi, H., Mahlooji, H., Nosratian, N.E., (2012), *A constrained multi-product pricing and inventory control problem*, *Applied Soft Computing*, 12, 2454-2461.

Ghasemi, N., Afshar Nadjaf, B.,(2013), *EOQ Models with Varying Holding Cost*, *Industrial Mathematics*, 7.

Ghasemi, N.,(2015), *Developing EPQ models for non-instantaneous deteriorating items*, *J Ind Eng Int*, 11,427-437.