فصلنامه علمی – پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی – سال شانزدهم، شماره ۵۰، پاییز ۹۷
صفحات ۲۶-۱

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای با رویکرد برنامه‌ریزی پویا

نگین محبی[۱]، امیرعباس نجفی[۲]

تاریخ دریافت:۹۵/۶/۹
تاریخ پذیرش:۹۶/۴/۲۸

چکیده

انتخاب سبد سرمایه‌گذاری همواره یکی از مباحث مهم در حوزه مدیریت سرمایه‌گذاری بوده که در رابطه با نحوه تخصیص سرمایه یک سرمایه‌گذار به دارایی‌های مختلف و تشکیل یک پرتفوی کارا بحث می‌کند که هرچه مفروضات و شرایط مدل‌سازی جهت انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر باشد، نتایج حاصل از آن بیشتر قابل اتکا خواهد بود. در نظر گرفتن افق تک‌دوره‌ای برای سرمایه‌گذاری چندان واقعی نبوده و بیشتر سرمایه‌گذاران برای بیش از یک دوره اقدام به سرمایه‌گذاری می‌کنند که سرمایه‌گذار بتواند موقعیت خود را در طول زمان مورد بازنگری قرار دهد. همچنین در دنیای واقعی داده‌ها و پارامترها همواره با عدم‌قطعیت مواجه هستند. بنابراین توسعه مدل‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای یک نیاز اساسی می‌باشد که در این پژوهش علاوه بر در نظر گرفتن افق چنددوره‌ای و هزینه معاملاتی، از قدرمطلق انحراف از میانگین به عنوان سنجه ریسک استفاده شده و محدودیت‌های نقدینگی، کاردینالیتی، آستانه و کلاس نیز در مدل لحاظ گردیده و همچنین عدم قطعیت داده‌ها نیز با استفاده از ابزار درخت سناریو مدل‌سازی شده است. در ادامه پس از مدل‌سازی، به منظور حل این مدل از روش برنامه‌ریزی پویا استفاده شده و سرانجام کارایی مدل با استفاده از داده‌های ۵ سهم از بورس اوراق بهادار تهران مربوط به سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴آزمون شده‌است. در بهینه‌سازی مدل ارائه شده در این پژوهش، تأثیر عواملی نظیر حدود تعیین شده برای متغیرهای تصمیم و نیز تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی، مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل گویای آن است که مدل ارائه شده دارای عملکرد مناسبی بوده و نتایج حاصل از آن با تئوری موضوع کاملاً سازگاری دارد.

واژه‌های کلیدی: سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای، قدرمطلق انحراف از میانگین، درخت سناریو، برنامه‌ریزی پویا.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
۲- دانشیار، گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران (نویسنده مسئول)
aanajafi@kntu.ac.ir

مقدمه

همواره یکی از مهم ترین موضوعات موردتوجه سرمایه‌گذاران و مدیران مالی، چگونگی انتخاب سبد سهام به گونه‌ای است که هم بیشترین بازده را به ارمغان آورد و هم ریسک سرمایه‌گذاری را به کمترین میزان ممکن تقلیل دهد. هرچه مفروضات و شرایط مدل‌سازی جهت انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر باشد، نتایج حاصل از آن بیشتر قابل اتکا خواهد بود. در اکثر مدل‌های انتخاب سبد پیشین، افق تک‌دوره‌ای برای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است که معمولاً چندان واقعی نیست و بیشتر سرمایه‌گذاران برای بیش از یک دوره اقدام به سرمایه‌گذاری می‌کنند. در مسئله پرتفوی تک‌دوره‌ای، فرض می‌شود که سرمایه‌گذار تصمیم به تخصیص دارایی‌ها برای یک‌بار و برای N دارایی موجود، در ابتدای دوره موردنظر(مثلاً یک فصل یا یک سال) و براساس ریسک و بازده و روابط موجود بین آن‌ها ، در طی آن افق سرمایه‌گذاری می‌گیرد. تصمیم‌گیری فقط یکبار انجام می‌شود و اجازه بازنگری تا انتهای دوره وجود ندارد و اثر تصمیمات بر دوره‌های بعدی مورد توجه قرار نمی‌گیرد.

در حالی که مسائل چنددوره‌ای حالت تعمیم‌یافته از مسائل تک‌دوره‌ای هستند، به طوری که سرمایه‌گذار به دنبال بهینه کردن تخصیص دارایی در هر دوره زمانی است، به گونه‌ای که امید مطلوبیت ثروت در آخرین دوره زمانی بیشینه شود. این‌گونه مسائل کاربردهای زیادی در دنیای واقعی دارند، از جمله مدیریت دارایی و بدهی، پیگیری شاخص و مدیریت سرمایه‌گذاری.

یکی از شرایط کلیدی در این‌گونه مسائل که ممکن است شدنی بودن و بهینگی مدل‌ها را تحت تأثیر قرار دهد، عدم قطعیت بازده‌های آتی سهام تشکیل‌دهنده سبد سرمایه‌گذاری است. روش‌های گوناگونی برای مواجه با این عدم قطعیت وجود دارد از جمله برنامه ریزی تصادفی[1]، بهینه‌سازی فازی و بهینه‌سازی استوار[2] که هریک دارای مزایا و معایبی هستند. در

1- Stochastic programming
2- Robust optimization

این پژوهش به منظور رویارویی با عدم‌قطعیت در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای از سناریوهایی با احتمال‌های مشخص استفاده گردیده است.

هدف این پژوهش ارائه و حل مدلی است که بتواند بر محدودیت‌های بیان شده برای مدل تک‌دوره‌ای غلبه کرده و ما را به دنیای واقعی نزدیک‌تر نماید. از این رو در ادامه مدلی تحت عنوان مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای میانگین- قدرمطلق انحراف از میانگین با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی را ارائه کرده و پس از مدل‌سازی آن، به حل این مدل با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا پرداخته می‌شود.

بر این اساس در بخش ۲ این تحقیق، ادبیات مربوط به سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای را مرور می‌نماییم. بیان مسئله، مدل‌سازی و روش حل در بخش ۳ تشریح می‌گردد. در نهایت بخش پایانی به اجرای مدل، ارائه یافته‌های مدیریتی تحقیق و بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در رابطه با نحوه تخصیص سرمایه یک سرمایه‌گذار به دارایی‌های مختلف و تشکیل یک پرتفوی کارا بحث می‌کند. مدل میانگین-واریانس را که توسط مارکوویتز (۱۹۵۲) ارائه شد، می‌توان به عنوان یک پایه بنیادی برای نظریه نوین پرتفوی[1] در نظر گرفت. هدف اصلی در مدل میانگین-واریانس، حداکثر کردن بازده موردانتظار[2] در سطح معینی از ریسک یا به حداقل رساندن ریسک موردانتظار[3] در سطح معینی از بازده انتظاری می‌باشد. براساس ایده مدل میانگین-واریانس مارکوویتز، توسعه‌های مختلفی ارائه شد که از آن جمله می‌توان به تحقیقات جیوو و دیگران (۲۰۰۶)، گوپتا و دیگران (۲۰۰۸)، خیا و دیگران (۲۰۰۰) و یو و لی (۲۰۱۱) اشاره کرد.

برای مدل‌های فوق، فرض بر این است که افق سرمایه‌گذاری تک‌دوره‌ای می‌باشد. اما در دنیای واقعی، استراتژی‌های پرتفوی اغلب چنددوره‌ای هستند که سرمایه‌گذار می‌تواند از

1- Modern portfolio selection theory
2- Expected return
3- Expected risk

زمانی به زمان دیگر، در نحوه تخصیص سرمایه خود تجدیدنظر نماید. بنابراین، توسعه مدل‌های تک‌دوره‌ای به مدل‌های چنددوره‌ای طبیعی به نظر می‌رسد. مسأله انتخاب پرتفوی چنددوره‌ای ابتدا توسط موسین(۱۹۶۸) مطرح گردید و پس از آن، محققین بسیاری این موضوع را مورد بررسی قرار دادند که در ادامه به تشریح آن پرداخته شده است.

از جمله تحقیقات اخیر در این زمینه می‌توان به پژوهش لی و انجی(۲۰۰۰) اشاره کرد که آن‌ها یک راه حل بهینه تحلیلی[۱] را برای مدل میانگین-واریانس در مسأله انتخاب پرتفوی چنددوره‌ای ارائه کردند. پس از آن، لیپولد و همکاران (۲۰۰۴) استفاده از یک رویکرد هندسی را در بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای دارایی-بدهی پیشنهاد کردند. سپس ژو و همکاران (۲۰۰۴) یک مدل میانگین-واریانس پویای انتخاب پرتفوی را با کنترل ریسک ورشکستگی مورد بررسی قرار دادند. در ادامه وی و یه(۲۰۰۷) در پژوهش خود، به بررسی مدل میانگین-واریانس چنددوره‌ای برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با کنترل ورشکستگی[۲] در بازاری تصادفی پرداختند. سپس گلپینار و روستم(۲۰۰۷) یک چارچوب بهینه‌سازی برای مدل میانگین واریانس چنددوره‌ای با لحاظ جنبه‌های تصادفی درخت تصمیم ایجاد کردند. سلکیورت و اوزکیچی (۲۰۰۷) چند مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای را در بازارهای تصادفی با استفاده از روش میانگین-واریانس معرفی کردند. کالافیور(۲۰۰۸) نیز با تمرکز بر مسئله تصمیم‌گیری‌های متوالی چنددوره‌ای در زمینه تخصیص دارایی‌های مالی توانست یک بهینه‌سازی چنددوره‌ای با سیاست‌های کنترلی خطی[۳] ارائه نماید. در همین راستا، کاستا و آرائوجو (۲۰۰۸) روشی را برای بهینه‌سازی پرتفوی تعمیم یافته میانگین-واریانس چنددوره‌ای به کمک پارامترهای مارکوف سوییچینگ[۴] معرفی کردند. پیندوریا و همکارانش (۲۰۱۰) از سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای با سنجه‌های ریسک واریانس و چولگی برای بهینه‌سازی در بازار الکتریسیته استفاده کردند. هوانگ و کیائو (۲۰۱۲) نیز روشی را برای انتخاب پرتفوی نامعین چنددوره‌ای با لحاظ هزینه معاملاتی معرفی نمودند. سجادی و همکارانش (۲۰۱۱) سبد

1- Analytical optimal solution
2- Bankruptcy
3- Linear control policies
4- Markov switching

سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای فازی را با در نظر گرفتن نرخ قرض‌دهی و قرض‌گیری متفاوت ارائه کردند. سان و همکارانش (۲۰۱۱) مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای را با الگوریتم جدیدی به نام بهینه‌سازی رانش ازدحام ذرات (DPSO) حل کردند و نشان دادند که نسبت به الگوریتم‌های دیگری که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته‌اند، از عملکرد بهتری برخوردار است. همچنین همایی‌فر و روغنیان (۱۳۹۵) به بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از روش حل برنامه‌ریزی آرمانی پرداخته و به منظور در نظر گرفتن عدم‌قطعیت داده‌ها در مدل مذکور از برنامه‌ریزی پایدار و خصوصاً رویکرد برتسیماس و سیم کمک گرفتند.

در اغلب مقالات فوق، از واریانس به عنوان سنجه ریسک استفاده شده است؛ در حالی که اگر توزیع بازده دارایی‌ها نامتقارن باشد، استفاده از واریانس به عنوان سنجه ریسک ممکن است به دلیل نامطلوب تشخیص دادن و حذف تعداد زیادی از بازده‌ها، که بیشتر از بازده مورد انتظار هستند، از کارایی لازم برخوردار نباشد.

برای نمایش یا اندازه گیری ریسک واقعی سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی و به ویژه در سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای، محققین سنجه‌های ریسک مختلفی را به جای واریانس به کار بردند. به عنوان مثال، یان و لی(۲۰۰۹) و یان و همکاران(۲۰۰۷) و نجفی و موشخیان (۱۳۹۳) از نیم‌واریانس و یو و دیگران (۲۰۱۰) از قدرمطلق انحراف از میانگین به عنوان سنجه ریسک در حل مسئله انتخاب پرتفوی چنددوره‌ای ، استفاده کردند. پینار (۲۰۰۷) و ژائو و زیمبا (۲۰۰۸) سنجه ریسک نامطلوب [1]را، به عنوان سنجه ریسک، در مطالعه مسئله انتخاب پرتفوی چنددوره‌ای به کار بردند. همچنین نجفی و موشخیان (۲۰۱۵) مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای احتمالی میانگین-نیم‌واریانس-ارزش در معرض خطر شرطی را با در نظر گرفتن هزینه معاملات ارائه کرده و برای حل آن از دو الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و بهینه سازی ازدحام ذرات چندهدفه بهره جستند. علاوه بر این، هزینه‌های معاملاتی که به واسطه خرید یا فروش دارایی به منظور تعدیل پرتفوی ایجاد می‌شوند، یکی از نگرانی‌های

1 Downside-risk measure

اصلی مدیران سرمایه‌گذاری در مسئله انتخاب پرتفوی می‌باشد. همان‌طور که توسط آرنوت و واگنر(۱۹۹۰) اشاره شده است، در نظر نگرفتن هزینه‌های معاملاتی ممکن است دستیابی به پرتفوی کارا را دچار مشکل نماید. بنابراین برتسیماس و پاچامانوا(۲۰۰۸) و گلپینار و همکاران(۲۰۰۳) با لحاظ هزینه‌های معاملاتی به مطالعه مسئله انتخاب پرتفوی چنددوره‌ای پرداختند.

مدل پژوهش و متغیرهای آن

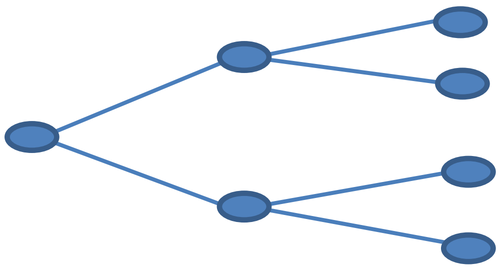
بیان مسئله

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای به عنوان یک مسئله چنددوره‌ای پویا در نظر گرفته می‌شود به طوری که معاملات در نقاط زمانی گسسته اتفاق می‌افتند. بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای عبارت است از N دارایی ریسکی و یک دارایی بدون ریسک که افق برنامه‌ریزی در آن شامل T مرحله (لحظه زمانی) است که تصمیمات در این نقاط اتخاذ می‌شوند. $(t = ۰,۱,۲,...,T - ۱)$ این بازه‌های زمانی می‌تواند از دقیقه تا سال تغییر کند و تصمیمات در ابتدای هر مرحله اتخاذ می‌گردد. اولین مرحله، لحظه صفر و زمان حال را نشان می‌دهد. درآمدهای ناشی از فروش به پول نقد (دارایی صفر) اضافه و هزینه‌های ناشی از خرید، از پول نقد کم می‌شود. در لحظه زمانی $t + ۱$، براساس بازده حاصله از بازه زمانی $[t, t + ۱)$ دارایی‌های سرمایه‌گذار تعدیل می‌شود. برای سادگی فرض می‌شود که بازده‌های دارایی بدون ریسک برای وام‌دهی (r_{lt}^{s}) و وام‌گیری (r_{bt}^{s}) ثابت و با هم برابر هستند. تمرکز بر روی موقعیت سرمایه‌گذار در آخر دوره زمانی T می‌باشد و هدف اصلی سرمایه‌گذار، مدیریت سبدی از دارایی‌هاست به گونه‌ای که امید مطلوبیت ثروت نهایی $\left(E\left[U\left(W_T\right)\right]\right)$ بیشینه شود.

در این مدل عدم‌اطمینان از طریق سناریوها مدل‌سازی می‌شود و هر سناریو احتمال رخ دادن همه پارامترهای نامعین در مدل را توصیف می‌کند. هر سناریو احتمالی برابر π^{s} دارد به

طوری که ($\pi^s \succ ۰$, $\sum_{s=۱}^{S}\pi^s = ۱$) می‌باشد. در این پژوهش، به منظور تعیین احتمال وقوع هر سناریو $\left(\pi^s\right)$ از نظر خبرگان بهره جسته‌ایم.

با توجه به آن که در یک مدل پویا ، اطلاعات در مورد مقدار واقعی پارامترهای نامعین در هر مرحله مشخص می‌شود، درخت سناریو یکی از روش‌های مناسب برای نمایش عدم‌اطمینان است. سناریو مسیری است از ریشه درخت تا برگ آن و هر گره درخت متناسب با یک حالت ممکن از دنیای واقعی است و پر واضح است که تمامی سناریوهایی که از این گره‌ها عبور می‌کنند، گذشته یکسانی دارند. به عبارت دیگر، هر درخت سناریو یک روند شاخه‌ای را نمایش می‌دهد که گره ریشه مربوط به تصمیم زمان حال بوده و گره‌های بعدی تصمیمات شرطی مراحل بعدی را نشان می‌دهند.



شکل ۱: نمایش درخت سناریو با ٤ سناریو و ۲ مرحله

سنجه قدرمطلق انحراف از میانگین

هر سرمایه‌گذار قصد دارد سرمایه خود را بر روی تعداد مشخصی اوراق بهادار[1] سرمایه‌گذاری کرده و مایل است بیشترین بازده ممکن را از سرمایه‌گذاری خود به دست آورد. همچنین تمایل دارد که بازده پرتفوی او کمترین پراکندگی را حول بازده موردانتظار داشته باشد، که از آن به عنوان ریسک یاد می‌شود.

واریانس پراکندگی حول بازده موردانتظار را اندازه‌گیری کرده و می‌توان از آن برای کمی‌سازی ریسک موردنظر سرمایه‌گذار استفاده کرد. مارکوویتز (۱۹۵۲) چگونگی انتخاب

1- Securities

پرتفوی با استفاده از واریانس را تشریح کرد. روش پیشنهادی او عموماً به نام روش $E-V$ [۱] شناخته می‌شود که به طور همزمان E نشان‌دهنده حداکثر بازده موردانتظار و V بیانگر حداقل واریانس می‌باشد. کمی‌سازی ریسک به دلیل وجود ۲ نگرانی اصلی صورت می‌گیرد؛ نخست آن که سرمایه‌گذار تمایل دارد تا بازده پرتفوی تا حد امکان به بازده موردانتظار نزدیک باشد و دوم آن که تمایلی به سرمایه‌گذاری در اوراقی که دارای ارتباط مثبت قوی با یکدیگر هستند، ندارد؛ چرا که اگر اوراق همزمان دارای عملکرد خوبی نباشند، زیان سرمایه‌گذار افزایش خواهد یافت. (مارکوویتز، ۱۹۵۲)

با این حال، واریانس به عنوان سنجه ریسک در مسئله انتخاب پرتفوی، توسط بسیاری از پژوهشگران مورد تردید قرار گرفت؛ زیرا واریانس تمام بازده‌های بیشتر و کمتر از بازده موردانتظار را نامطلوب تشخیص داده و جریمه می‌کند، در حالی که یک سرمایه‌گذار، تنها احتمال دستیابی به بازدهی کمتر از بازده موردانتظار را ریسک تلقی می‌کند. سنجه‌های ریسک نامطلوب [۲] فقط احتمالات بازدهی کمتر از بازده موردانتظار را اندازه‌گیری می‌کنند. یکی از سنجه‌های ریسک نامطلوب که توسط مارکوویتز(۱۹۵۹) معرفی شد، سنجه نیم‌واریانس (SV) می‌باشد که عبارت است از ارزش موردانتظار مجذور انحرافات منفی نتایج ممکن از بازده موردانتظار.

پس از آن، کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) سنجه ریسک قدر مطلق انحراف از میانگین را معرفی کردند. این سنجه انحراف از بازده موردانتظار را اندازه‌گیری کرده و با تبدیل مسئله به یک مسئله برنامه‌ریزی خطی [۳] زمان محاسبات را به طور چشم‌گیری کاهش می‌دهد. کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) نشان دادند که می‌توان مسئله را با تعداد زیادی اوراق بهادار در مدت زمانی منطقی حل نمود. مزیت دیگر استفاده از این سنجه ریسک، عدم نیاز به محاسبه ماتریس کوواریانس در انتخاب پرتفوی می‌باشد. همچنین آنها نشان دادند که پرتفوی به دست آمده از این روش در مثال‌های عددی بسیار شبیه به سبد سرمایه‌گذاری به دست آمده از روش

1- Expected return-Variance(E-V)
2 -Downside-risk measure
3- Linear programming problem

استاندارد (روش $E-V$) می‌باشد. قدر مطلق انحراف از میانگین عبارت است از ارزش موردانتظار انحراف مطلق بازده موردانتظار و بازده تصادفی مشاهده شده که به شرح زیر می‌باشد؛

$$|R-E| = \begin{cases} R-E, & if \quad R \succ E \\ E-R, & if \quad R \le E \end{cases}$$

بنابراین قدر مطلق انحراف از میانگین برابر با ارزش مورد انتظار $|R-E|$ می‌باشد.

پارامترها

r_{it}^s بازده دارایی ریسکی i در زمان t تحت سناریو s ؛

r_{ft}^s نرخ بازده سرمایه‌گذاری بدون ریسک در زمان t تحت سناریو s؛

r_{pt}^s بازده پرتفوی تشکیل شده x_t^s در زمان t تحت سناریو s؛

r_{Nt}^s بازده خالص پرتفوی تشکیل شده x_t^s در زمان t تحت سناریو s؛

$W_۱$ ثروت اولیه سرمایه‌گذار در ابتدای اولین دوره سرمایه‌گذاری؛

c_{it}^s هزینه معاملاتی دارایی ریسکی i در زمان t تحت سناریو s؛

π^s احتمال وقوع سناریو s $\left(\sum_{s=۱}^{S} \pi^s = ۱\right)$؛

R بازده موردانتظار سرمایه‌گذار ؛

L_{it}^s نقدینگی دارایی ریسکی i در زمان t تحت سناریو s ؛

L میزان نقدینگی موردانتظار سرمایه‌گذار؛

K حداکثر تعداد دارایی‌های ریسکی که می‌توان در پرتفوی نگهداری کرد ؛

l_{it}^s حداقل کسری از سرمایه کل که می‌توان به دارایی i تخصیص داد ؛

u_{it}^{s} حداکثر کسری از سرمایه کل که می‌توان به دارایی i تخصیص داد ؛

CL_{jt}^{s} حداقل کسری از سرمایه کل که می‌توان به سرمایه‌گذاری در صنعت j تخصیص داد؛

CU_{jt}^{s} حداکثر کسری از سرمایه کل که می‌توان به سرمایه‌گذاری در صنعت j تخصیص داد ؛

متغیرهای تصمیم

x_{it}^{s} نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی ریسکی i در زمان t تحت سناریو s ؛

z_{it}^{s} یک متغیر دودویی که نشان می‌دهد آیا دارایی i درون پرتفوی قرار دارد یا خیر ؛

توابع هدف

- بیشینه کردن امید ثروت در دوره $T+1$ ؛

با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی و دارایی بدون ریسک (وام‌گیری و وام‌دهی) بازده خالص پرتفوی به صورت زیر محاسبه خواهد شد؛

$$r_{Nt}^{s}=\sum_{i=1}^{n} r_{it}^{s} x_{it}^{s}+r_{ft}^{s}\left(1-\sum_{i=1}^{n} x_{it}^{s}\right)-c_{it}^{s}\left|x_{it}^{s}-x_{it-1}^{s}\right|$$

بنابراین، ثروت در دوره $t+1$ برابر خواهد بود با؛

$$\begin{aligned} W_{t+1}^{s} &=\sum_{s=1}^{S} \pi^{s}\left[W_{t}^{s}\left(1+r_{Nt}^{s}\right)\right] \\ &=\sum_{s=1}^{S} \pi^{s}\left[W_{t}^{s}\left(1+\left(\sum_{i=1}^{n} r_{it}^{s} x_{it}^{s}+r_{ft}^{s}\left(1-\sum_{i=1}^{n} x_{it}^{s}\right)-c_{it}^{s}\left|x_{it}^{s}-x_{it-1}^{s}\right|\right)\right)\right] \end{aligned}$$

بر این اساس، تابع هدف ثروت در دوره $T+1$ به صورت زیر خواهد بود؛

$$\max \quad W_{T+1}=\sum_{s=1}^{S} \pi^{s}\left[W_{1} \prod_{t=1}^{T}\left[1+\left(\sum_{i=1}^{n} r_{it}^{s} x_{it}^{s}+r_{ft}^{s}\left(1-\sum_{i=1}^{n} x_{it}^{s}\right)-\sum_{i=1}^{n} c_{it}^{s}\left|x_{it}^{s}-x_{it-1}^{s}\right|\right)\right]\right]$$

- کمینه کردن ریسک سبد سرمایه‌گذاری؛

همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، در این مدل به منظور کمی‌سازی ریسک از سنجه قدرمطلق انحراف از میانگین استفاده می‌شود. به منظور کمینه کردن ریسک پرتفوی، از تابع *minimax* که بیانگر بدترین حالت[1] ممکن می‌باشد، کمک گرفته شده است که در آن بدترین حالت در هر سناریو شناسایی شده و برای حداقل کردن آن تلاش می‌گردد و رابطه آن به صورت زیر خواهد بود؛

$$\min \left(\max_{s} \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left| \sum_{i=1}^{n} \left[r_{it}^{s} x_{it}^{s} - R \right] \right| \right] \right)$$

محدودیت‌ها

- محدودیت نقدینگی؛ بیانگر میزان نقدشوندگی سبدسرمایه‌گذاری بوده که برای محاسبه آن از نرخ معاملات دارایی‌ها استفاده می‌شود؛

$$\sum_{i=1}^{n} L_{it}^{s} x_{it}^{s} \geq L$$

- کاردینالیتی؛ حداکثر تعداد دارایی‌ها در سبد سرمایه‌گذاری را تعیین می‌کند؛

$$\sum_{i=1}^{n} z_{it}^{s} = K$$

- محدودیت آستانه؛ بیانگر حدود سرمایه‌گذاری در هر یک از دارایی‌ها می‌باشد؛

$$l_{it}^{s} z_{it}^{s} \leq x_{it}^{s} \leq u_{it}^{s} z_{it}^{s}$$

- محدودیت کلاس؛ بیانگر حدود سرمایه‌گذاری در هر یک از صنایع موردنظر می‌باشد؛

$$CL_{jt}^{s} \leq \sum_{i \in A_j} x_{it}^{s} \leq CU_{jt}^{s}$$

1- Worst-case

سرانجام مدل مسئله به صورت رابطه ۱ فرموله خواهد شد؛

$$\max \quad W_{T+1}=\sum_{s=1}^{S}\pi^{s}\left[W_{1}\prod_{t=1}^{T}\left[1+\left(\sum_{i=1}^{n}r_{it}^{s}x_{it}^{s}+r_{ft}^{s}\left(1-\sum_{i=1}^{n}x_{it}^{s}\right)-\sum_{i=1}^{n}c_{it}^{s}\left|x_{it}^{s}-x_{it-1}^{s}\right|\right)\right]\right]$$

$$\min \quad \left(\max_{s}\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}\left[r_{it}^{s}x_{it}^{s}-R\right]\right|\right]\right)$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}L_{it}^{s}x_{it}^{s}\geq L\\ \sum_{i=1}^{n}z_{it}^{s}=K\\ l_{it}^{s}z_{it}^{s}\leq x_{it}^{s}\leq u_{it}^{s}z_{it}^{s}\\ CL_{jt}^{s}\leq\sum_{i\in A_{j}}x_{it}^{s}\leq CU_{jt}^{s}\\ z_{it}^{s}=\begin{cases}0\\1\end{cases}\\ i=1,\dots,n\ ,\ t=1,\dots,\mathrm{T}\ ,\ \mathrm{s}=1,\dots,S\end{cases} \qquad (1)$$

لازم به ذکر است که در این پژوهش، جهت اعتبارسنجی مدل از مجموعه‌ای از راه‌های ممکن به ویژه در قسمت مدل‌سازی ریاضی استفاده شده است. به عبارت دیگر، به منظور مدل‌سازی ریاضی و طراحی مدل عنوان شده در این پژوهش از مدل‌های ریاضی معتبری که توسط افراد سرشناس ارائه شده، بهره گرفته شده است. همچنین در خصوص مدل مورد مطالعه، از نظر خبرگان و اهل فن مدل‌سازی استفاده شده است. علاوه بر این، مثالی در ابعاد کوچک اما واقعی جهت راستی آزمایی مدل مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور حل مثال در ابعاد کوچک از نرم افزار گمز کمک گرفته شده است که پاسخ‌های حاصل با توجه به ماهیت مسئله بیانگر کارایی و عملکرد مطلوب مدل ارائه شده بوده‌اند.

روش بهینه‌سازی

در این پژوهش، به منظور حل مدل چندهدفه فوق از روش محدودیت ε استفاده شده است که در آن یکی از تابع هدف‌ها به ازای باقی تابع هدف‌ها که برای آن‌ها کران بالا یا پایین اعمال شده و در محدودیت‌های مسئله منظور گردیده‌اند، بهینه می‌شود. (هیمس و همکارانش، ۱۹۷۱ و ستور، ۱۹۸۶) از این رو، ابتدا مدل چندهدفه را به یک مدل تک‌هدفه تبدیل نموده و سپس اقدام به حل آن می‌نماییم.

ابتدا به منظور رویارویی با تابع هدف ترکیبی ریسک به صورت زیر عمل کرده و مدل (۲) به دست می‌آید؛

$$\max \quad W_{T+1} = \sum_{s=1}^{S} \pi^s \left[W_1 \prod_{t=1}^{T} \left[1 + \left(\sum_{i=1}^{n} r_{it}^s x_{it}^s + r_{ft}^s \left(1 - \sum_{i=1}^{n} x_{it}^s \right) - \sum_{i=1}^{n} c_{it}^s \left| x_{it}^s - x_{it-1}^s \right| \right) \right] \right]$$

$$\min \quad Q$$

$$s.t. \begin{cases} Q \geq \dfrac{1}{T} \displaystyle\sum_{t=1}^{T} \left| \sum_{i=1}^{n} \left[r_{it}^s x_{it}^s - R \right] \right| \quad \forall s \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} L_{it}^s x_{it}^s \geq L \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} z_{it}^s = K \\ l_{it}^s z_{it}^s \leq x_{it}^s \leq u_{it}^s z_{it}^s \\ CL_{jt}^s \leq \displaystyle\sum_{i \in A_j} x_{it}^s \leq CU_{jt}^s \\ z_{it}^s = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \\ i = 1,\dots,n \ , \ t = 1,\dots,\mathrm{T} \ , \ \mathrm{s} = 1,\dots,S \end{cases} \qquad (۲)$$

سپس با استفاده از روش محدودیت ε، مدل ساده شده (۳) به دست آمده که برای حل آن می‌توان از روش برنامه‌ریزی پویا بهره جست.

$$\max \quad W_{T+1} = \sum_{s=1}^{S} \pi^s \left[W_1 \prod_{t=1}^{T} \left[1 + \left(\sum_{i=1}^{n} r_{it}^s x_{it}^s + r_{ft}^s \left(1 - \sum_{i=1}^{n} x_{it}^s \right) - \sum_{i=1}^{n} c_{it}^s \left| x_{it}^s - x_{it-1}^s \right| \right) \right] \right]$$

$$s.t. \begin{cases} Q \le \upsilon_t^s \\ Q \ge \dfrac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left| \sum_{i=1}^{n} \left[r_{it}^s x_{it}^s - R \right] \right| \quad \forall s \\ \sum_{i=1}^{n} L_{it}^s x_{it}^s \ge L \\ \sum_{i=1}^{n} z_{it}^s = K \\ l_{it}^s z_{it}^s \le x_{it}^s \le u_{it}^s z_{it}^s \\ CL_{jt}^s \le \sum_{i \in A_j} x_{it}^s \le CU_{jt}^s \\ z_{it}^s = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \\ i = 1,\dots,n \ , \ t = 1,\dots,\mathrm{T} \ , \ \mathrm{s} = 1,\dots,S \end{cases} \qquad (۳)$$

در مدل (۳) مقدار پارامتر υ_t^s می‌تواند بین کران پایین υ_t^s و کران بالای υ_t^s اختیار گردد. از این رو، دو مقدار کران پایین و بالای υ_t^s به صورت زیر محاسبه می‌گردد؛

$$\min \quad Q$$
$$\text{s.t.} \begin{cases} Q \geq \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}\left[r_{it}^{s}x_{it}^{s}-R\right]\right| \quad \forall s \\ \sum_{i=1}^{n}L_{it}^{s}x_{it}^{s} \geq L \\ \sum_{i=1}^{n}z_{it}^{s}=K \\ l_{it}^{s}z_{it}^{s} \leq x_{it}^{s} \leq u_{it}^{s}z_{it}^{s} \\ CL_{jt}^{s} \leq \sum_{i\in A_j}x_{it}^{s} \leq CU_{jt}^{s} \\ z_{it}^{s}=\begin{cases}0\\1\end{cases} \\ i=1,\ldots,n \;,\; t=1,\ldots,T \;,\; s=1,\ldots,S \end{cases} \quad (۴)$$

با حل مدل (۴) و به دست آوردن $x_t^{\min}$ در هر سناریو $\left(x_t^s=\left(x_{1t}^s,x_{2t}^s,x_{3t}^s,\ldots,x_{nt}^s\right)\right)$، می‌توان همزمان کمترین مقدار Q و به عبارت دیگر کران پایین υ_t^sرا نیز به دست آورد.

$$\max \quad \sum_{s=1}^{S} \pi^{s} \left(\sum_{i=1}^{n} r_{it}^{s} x_{it}^{s} + r_{ft}^{s} \left(1 - \sum_{i=1}^{n} x_{it}^{s} \right) \right)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} L_{it}^{s} x_{it}^{s} \geq L \\ \sum_{i=1}^{n} z_{it}^{s} = K \\ l_{it}^{s} z_{it}^{s} \leq x_{it}^{s} \leq u_{it}^{s} z_{it}^{s} \\ CL_{jt}^{s} \leq \sum_{i \in A_j} x_{it}^{s} \leq CU_{jt}^{s} \\ z_{it}^{s} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \\ i = 1,\dots,n \ , \ t = 1,\dots,\mathrm{T} \ , \ \mathrm{s} = 1,\dots,S \end{cases} \qquad (5)$$

سپس با حل مدل (۵) با هدف حداکثر کردن مجموع بازده‌ها در دوره t تحت سناریو s و به دست آوردن $x_t^{\max}$ در هر سناریو $\left(x_t^s = \left(x_{1t}^s, x_{2t}^s, x_{3t}^s, \dots, x_{nt}^s\right)\right)$، می‌توان همزمان بیشترین مقدار Q و به عبارت دیگر کران بالای υ_t^s را نیز به دست آورد.

لازم به ذکر است که از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر پیچیدگی مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای عنوان شده در این پژوهش، می‌توان به پارامتر t به عنوان تعداد دوره‌های در نظر گرفته شده در مسئله که افزایش آن سبب افزایش ویژگی غیرخطی بودن مدل پرتفوی می‌گردد و نیز پارامتر s به عنوان تعداد سناریوهای مختلف منظور شده در مسئله براساس نظر سرمایه‌گذار و شرایط حاکم بر دنیای مالی و اقتصاد جامعه که لحاظ سناریوهای متنوع برای آینده در مدل موجب افزایش ابعاد مدل و پیچیدگی آن می‌شود، اشاره کرد. علاوه بر این، کران‌های تعیین شده برای محدودیت‌های نقدینگی، کاردینالیتی، آستانه و کلاس توسط سرمایه‌گذار و همچنین مقدار پارامتر υ_t^s که در دستیابی به مجموعه جواب پارتو تأثیرگذار می‌باشد نیز بر پیچیدگی مدل مذکور تأثیرگذار خواهند بود.

حال فرآیند روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو به منظور حل مدل (۳) و به دست آوردن جواب بهینه توضیح داده می‌شود. مراحل این روش به صورت زیر می‌باشند؛

گام ۱: با داشتن مقدار ثروت اولیه سرمایه‌گذار (W_1)، مدل (۳) را به ازای $(t=1)$ حل کرده و $\left(x_1^{\max *}=\left(x_{11}^{\max *}, x_{21}^{\max *}, x_{31}^{\max *}, \ldots, x_{n1}^{\max *}\right)\right)$ را در دوره ۱ و به ازای تک تک سناریوها به دست می‌آوریم. همچنین به کمک $x_1^{\max *}$ به دست آمده در هر سناریو می‌توان ثروت را در انتهای دوره ۱ به ازای تک‌تک سناریوها به دست آورد.

گام ۲: مدل (۳) را به ازای $(t=2)$ و ثروت به دست آمده برای هر یک از سناریوهای دوره ۱ بهینه‌سازی کرده و $\left(x_2^{\max *}=\left(x_{12}^{\max *}, x_{22}^{\max *}, x_{32}^{\max *}, \ldots, x_{n2}^{\max *}\right)\right)$ را به ازای تک‌تک سناریوهای دوره ۲ به دست آورده و براساس آن ثروت مربوط به هر یک از سناریوها قابل محاسبه می‌باشد.

گام ۳: مدل (۳) را به ازای $(t=m)$ و به ازای ثروت به دست آمده برای هر یک از سناریوهای دوره $m-1$ بهینه‌سازی کرده و $\left(x_m^{\max *}=\left(x_{1m}^{\max *}, x_{2m}^{\max *}, x_{3m}^{\max *}, \ldots, x_{nm}^{\max *}\right)\right)$ را به ازای تک‌تک سناریوهای دوره m به دست آورده و براساس آن ثروت مربوط به هر یک از سناریوها قابل محاسبه می‌باشد.

گام ۴: اگر $(t=T)$ شود، الگوریتم برنامه‌ریزی پویای پیشرو خاتمه یافته و بیشترین مقدار ثروت در دوره $T+1$ به دست آمده است. در غیر این صورت، به گام ۳ بازگشته و الگوریتم را ادامه می‌دهیم.

تحلیل تجربی و یافته‌های مدیریتی

داده‌های به کار رفته در این پژوهش از بورس تهران استخراج گردیده است. به این منظور به صورت تصادفی، یک شاخص صنعت را انتخاب کرده و از میان شرکت‌های زیرمجموعه آن، ۵ شرکت را که در بین ۵۰ شرکت فعال‌تر حضور داشته، برگزیده و از داده‌های مربوط به آن‌ها در بازه زمانی فروردین ۹۰ تا اسفند ۹۴، برای حل مسئله استفاده گردیده است. اطلاعات مربوط به شرکت‌های زیرمجموعه شاخص موردنظر در جدول ۱ گردآوری شده است.

جدول ۱ : شرکت‌های زیرمجموعه شاخص موردنظر

نام شاخص	نام شرکت	بازده		نقدینگی	
		میانگین	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار
۵۷ – بانک‌ها	بانک اقتصاد نوین (ونوین)	۰,۰۰۴۵۶	۰,۱۱۷۸۸	۰,۰۰۰۳۸	۰,۰۰۰۰۹
	بانک ملت (وبملت)	۰,۰۱۸۸۲	۰,۰۸۸۶۸	۰,۰۰۰۵۴	۰,۰۰۰۱۷
	بانک صادرات ایران (وبصادر)	۰,۰۰۹۰۰	۰,۰۹۳۴۸	۰,۰۰۰۹۴	۰,۰۰۰۲۱
	بانک سینا (وسینا)	۰,۰۰۶۴۹	۰,۱۱۰۰۰	۰,۰۰۰۵۴	۰,۰۰۰۱۸
	بانک تجارت (وتجارت)	۰,۰۱۵۳۶	۰,۰۹۳۸۷	۰,۰۰۰۷۴	۰,۰۰۰۲۵

به منظور راستی‌آزمایی مدل ارائه شده در این پژوهش، با استفاده از مفاهیم و روش حل عنوان شده، به ارائه نتایج حاصل از حل آن می‌پردازیم. در جدول ۲ نتایج حاصل از بهینه‌سازی مدل به منظور بررسی تأثیر حدود در نظر گرفته شده برای متغیرهای تصمیم مربوط به نسبت سرمایه‌گذاری در سبدی متشکل از ۳ سهم ارائه گردیده است.

جدول ۲ : نتایج بهینه‌سازی مدل با در نظر گرفتن حدود متفاوت برای نسبت‌های سرمایه‌گذاری

میانگین ثروت نهایی	u_{it}^{s}	l_{it}^{s}
۱,۰۲۶	۰,۶	۰,۲
۱,۰۲۶۵	۰,۶	۰,۱
۱,۰۲۵۵	۰,۳	۰,۲

در جدول فوق میانگین ثروت نهایی به ازای در نظر گرفتن حدود مختلف برای نسبت‌های سرمایه‌گذاری ارائه گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با تغییر حدود نسبت‌های

سرمایه‌گذاری و بزرگ‌تر شدن فضای جواب مسأله، مقدار میانگین ثروت نهایی افزایش و بالعکس در صورت کوچک‌تر شدن ناحیه جواب مقدار میانگین ثروت نهایی کاهش یافته است. بر این اساس، مدیران باید توجه داشته باشند که در حوزه مدیریت و بهینه‌سازی مدل‌های سبد سرمایه‌گذاری، با بزرگ‌تر شدن ناحیه جواب، مدل قادر می‌گردد ترکیب جواب‌های بیشتری را مورد بررسی قرار داده و به جواب مطلوب‌تری دست یابد و در مقابل، با کوچک‌تر شدن فضای جواب عکس این موضوع حاکم بوده که به طور کلی این امر کاملاً با تئوری موضوع سازگاری داشته و گویای کارایی مدل ارائه شده می‌باشد.

در ادامه به منظور نمایش تأثیر پارامتر K بر جواب بهینه سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای، مدل بهینه‌سازی (۳) را به ازای مقادیر مختلف K و به کمک روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو حل کرده و نتایج آن در جدول ۳ ارائه شده است.

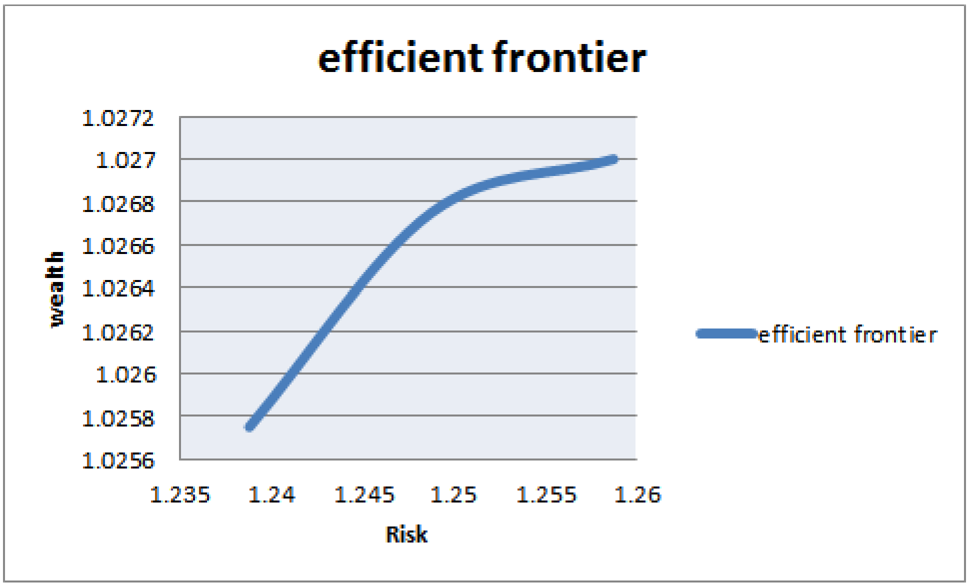
جدول ۳ : مقدار بهینه ثروت نهایی به ازای مقادیر مختلف K

K	۱		۲		۳		٤	
دوره / سناریو	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲
A	۱,۰۱۶	۱,۰۳۲	۱,۰۱۵	۱,۰۳۳	۱,۰۱۴	۱,۰۳۲	۱,۰۱۳	۱,۰۳۰
B	۱,۰۱۶	۱,۰۲۳	۱,۰۱۵	۱,۰۲۴	۱,۰۱۴	۱,۰۲۲	۱,۰۱۳	۱,۰۲۱
C	۱,۰۱۳	۱,۰۳۱	۱,۰۱۱	۱,۰۳۲	۱,۰۰۹	۱,۰۲۹	۱,۰۰۶	۱,۰۲۵
D	۱,۰۱۳	۱,۰۲۷	۱,۰۱۱	۱,۰۱۹	۱,۰۰۹	۱,۰۲۰	۱,۰۰۶	۱,۰۱۲
میانگین		۱,۰۲۸		۱,۰۲۷		۱,۰۲۶		۱,۰۲۲

همانطور که در جدول فوق مشاهده می‌کنید با افزایش پارامتر K و تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی، میانگین ثروت نهایی در پایان دوره ۲ روندی نزولی داشته که این امر با تئوری پرتفوی کاملاً سازگار می‌باشد. در تئوری پرتفوی، مرز کارا از تعامل مقادیر مختلف ریسک و بازده حاصل می‌شود که در آن بیشترین بازده در پرتفویی تحقق می‌یابد که تنها دارای یک

سهم با بیشترین بازده می‌باشد. در جدول فوق نیز بیشترین بازده از آن پرتفویی با پارامتر K=1 می‌باشد. مدیران و مشاوران سرمایه‌گذاری در اتخاذ تصمیمات خود و نیز ارائه مشاوره به سرمایه‌گذاران باید به این نکته توجه داشته باشند که در مرز کارا با افزایش تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی، مقدار بازده روندی کاهشی خواهد داشت؛ چرا که اغلب سرمایه‌گذاران قصد دارند با تشکیل پرتفوی و سرمایه‌گذاری بر روی مجموعه‌ای از دارایی‌ها ریسک خود را کاهش دهند، از این رو نسبت سرمایه‌گذاری مربوط به دارایی با بیشترین بازده کاهش یافته و بخشی از سرمایه به دارایی‌هایی با مطلوبیت کمتر (بازده کمتر) تخصیص داده خواهد شد؛ بنابراین روند نزولی بازده توجیه‌پذیر خواهد بود. نتایج حاصل از بررسی مدل نیز این موضوع را نشان داده و بیانگر عملکرد مطلوب مدل ارائه شده می‌باشد. همچنین استفاده از ابزار درخت سناریو در مدل عنوان شده، مدیران را قادر می‌سازد که با پیش‌بینی سناریوهای محتمل و متفاوت برای آینده، با لحاظ عدم قطعیت حاکم بربازارهای مالی بتوانند تصمیمات مطلوب‌تری را برای مدیریت سبد سرمایه‌گذاری خود اتخاذ نمایند. بنابراین، با توجه به ویژگی‌های مدل مذکور که موجب انطباق هرچه بیشتر آن با شرایط بازارهای مالی شده است، استفاده از این مدل به عنوان ابزاری کارا در زمینه اتخاذ تصمیمات مدیریتی به منظور یافتن استراتژی‌های بهینه سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌گردد.

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در این پژوهش، به منظور پوشش دو مطلوبیت اصلی سرمایه‌گذاران ، بیشینه‌سازی ثروت و کمینه‌سازی ریسک، مدل به صورت چندهدفه در نظر گرفته شد که به منظور تبدیل آن به حالت تک‌هدفه از روش دقیق محدودیت ε و سرانجام برای حل مدل غیرخطی به دست آمده از روش برنامه‌ریزی پویا استفاده گردید. لازم به ذکر است روش محدودیت ε، امکان دستیابی به جواب‌های پارتو و مرز کارا را از طریق تغییر مقدار ε (مقدار پارامتر υ_t^s) در مدل ارائه شده فراهم می‌آورد. در شکل ۲، مرز کارای حاصل از بهینه‌سازی مدل با در نظر گرفتن سبد سرمایه‌گذاری متشکل از ۳ سهم ارائه گردیده است.



شکل ۲ : مرز کارای پرتفویی متشکل از ۳ سهم

بحث و نتیجه‌گیری

انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در رابطه با نحوه تخصیص سرمایه یک سرمایه‌گذار به دارایی‌های مختلف و تشکیل یک پرتفوی کارا بحث می‌کند. شایان ذکر است که هرچه مفروضات و شرایط مدل‌سازی جهت انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر باشد، نتایج حاصل از آن بیشتر قابل اتکا خواهد بود. در نظر گرفتن افق تک‌دوره‌ای برای سرمایه‌گذاری چندان واقعی نبوده و بیشتر سرمایه‌گذاران برای بیش از یک دوره اقدام به سرمایه‌گذاری می‌کنند. به این منظور تلاش‌های بسیاری در زمینه بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای صورت گرفته است. از همین رو، برآن شدیم تا در این پژوهش، یک مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای با در نظر گرفتن درخت سناریو به منظور مقابله با شرایط عدم‌قطعیت ارائه نماییم. سنجه ریسک مورداستفاده در این مدل، قدر مطلق انحراف از میانگین بوده و در این مدل محدودیت‌هایی از جمله هزینه معاملاتی، نقدینگی، کاردینالیتی، آستانه و محدودیت کلاس لحاظ گردیده است.

بررسی این مدل در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از داده‌های مربوط به ۵ سهم صورت گرفت. بهینه‌سازی مدل ارائه شده در این پژوهش و تحلیل حساسیت آن نسبت به عوامل مختلفی نظیر حدود لحاظ شده برای نسبت‌های سرمایه‌گذاری در محدودیت آستانه و مقادیر مختلف پارامتر K در محدودیت کاردینالیتی گویای آن است که مدل ارائه شده دارای عملکرد مناسبی بوده و نتایج حاصل از آن با تئوری موضوع کاملاً سازگاری دارد. از این رو، مدیران و مشاوران مالی در شرکت‌های سرمایه‌گذاری قادر خواهند بود به منظور مدیریت سبد سرمایه‌گذاری و برآوردن مطلوبیت‌های سرمایه‌گذاران، بیشینه‌سازی ثروت و کمینه‌سازی ریسک، از مدل مذکور بهره گرفته و به استراتژی‌های بهینه سرمایه‌گذاری براساس ویژگی‌های متفاوت هر یک از سرمایه‌گذاران دست یابند. برای ادامه تحقیقات آتی در ارتباط با موضوع این مقاله می‌توان استفاده از سنجه‌های ریسک نوین‌تر مانند ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی را پیشنهاد داد. همچنین می‌توان مدل توسعه یافته در این تحقیق را در فضای متغیرهای فازی و با استفاده از نظریه‌های فازی مورد بررسی قرار داد. علاوه بر این می‌توان در حل مدل نیز به جای روش‌های دقیق از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری بهره گرفت.

سهم علمی مقاله را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

برخلاف بسیاری از مدل‌های ارائه شده در ادبیات موضوع سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای که به منظور کمی‌سازی ریسک از سنجه واریانس استفاده کرده‌اند، در مدل ارائه شده در این پژوهش به منظور اندازه‌گیری ریسک از سنجه قدرمطلق انحراف از میانگین بهره گرفته شده است.

به منظور تحقق همزمان مطلوبیت‌های سرمایه‌گذاران که عبارت از بیشینه‌سازی ثروت و کمینه‌سازی ریسک در یک موقعیت سرمایه‌گذاری مشخص می‌باشد، در این پژوهش مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای به صورت چندهدفه پیشنهاد شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به آن که امروزه، هزینه معاملاتی یکی از دغدغه‌های اصلی مدیران مالی در اتخاذ استراتژی‌های بهینه سرمایه‌گذاری می‌باشد، بنابراین منظور کردن آن در مدل از برتری‌های مدل عنوان شده در این تحقیق می‌باشد.

در این پژوهش به منظور رویارویی با عدم قطعیت موجود در بازارهای مالی از ابزار درخت سناریو استفاده شده است؛ به طوری که در نظر گرفتن سناریوهای مختلف با احتمالات متفاوت، می‌تواند مدل را به شرایط حاکم بر دنیای واقعی و بازارهای مالی نزدیک‌تر نماید.

در نظر گرفتن محدودیت‌های نقدینگی و کلاس در مدل پیشنهادی در این تحقیق، موجب انطباق بیشتر آن با شرایط دنیای واقعی می‌گردد.

استفاده از روش دقیق محدودیت ε به منظور تبدیل مدل پیشنهادی از حالت چندهدفه به تک هدفه و بهره‌گیری از رویکرد برنامه‌ریزی پویا با توجه به چند مرحله‌ای بودن مسأله مورد بررسی از دیگر ویژگی‌های این تحقیق می‌باشد.

منابع

همایی‌فر. ساغر، روغنیان. عماد (۱۳۹۵)، به کارگیری الگوهای بهینه‌سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای، *مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، شماره ۲۸، دوره ۷، ص ۱۵۳–۱۶۷.

Arnott, R.D. and Wagner, W.H. (1990), "The measurement and control of trading costs", Financial Analysts Journal 6, 73–80.

Bertsimas, D. and Pachamanova, D. (2008), "Robust multiperiod portfolio management in the presence of transaction costs", Computers and Operations Research 35, 3–17.

Calafiore, G.C. (2008), "Multi-period portfolio optimization with linear control policies", Automatica 44, 2463–2473.

Celikyurt, U. and Ozekici, S. (2007), "Multiperiod portfolio optimization models in stochastic markets using the mean-variance approach", European Journal of Operational Research 1, 186–202.

Costa, O.L.V. and Araujo, M.V. (2008), "A generalized multi-period mean–variance portfolio optimization with Markov switching parameters", Automatica, 44(10), 2487–2497.

Giove, S. and Funari, S. and Nardelli, C. (2006), "An interval portfolio selection problem based on regret function", European Journal of Operational Research 170, 253–264.

Grauer, R.R. and Hakansson, N.H. (1993), "On the use of mean-variance and quadratic approximations in implementing dynamic investment strategies: a comparison of returns and investment policies", Management Science 39, 856–871.

Gupta, P. and Mehlawat, M.K. and Saxena, A. (2008), "Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming", Information Sciences 178, 1734–1755.

Gulpınar, N. and Rustem, B. (2007), "Worst-case robust decisions for multi-period meanvariance portfolio optimization", European Journal of Operational Research 183, 981–1000.

Gulpınar, N. and Rustem, B. and Settergren, R. (2003), "Multistage stochastic mean-variance portfolio analysis with transaction cost. Innovations", in Financial and Economic Networks 3, 46–63.

Haimes, Y.Y. and Lasdon, L.S. and Wismer, D.A. (1971), "On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization", IEEE Trans. Syst. Man Cybern,1, 296–297.

Huang, X. and Qiao, L. (2012), "A risk index model for multi-period uncertain portfolio selection", Information Sciences 217, 108–116.

Leippold, M. and Trojani, F. and and Vanini, P. (2004), "A geometric approach to multiperiod mean variance optimization of assets and liabilities", Journal of Economic Dynamics and Control, 28(6), 1079–1113.

Li, D. and Chan, T.F. and Ng, W.L. (1998), "Safety-first dynamic portfolio selection", Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems 4, 585–600.

Li, D. and Ng, W.L. (2000), "Optimal dynamic portfolio selection: multi-period mean-variance formulation", Mathematical Finance 10, 387–406.

Markowitz, H. (1952), "Portfolio selection", Journal of Finance 3, 77–91.

Mossin, J., (1968), "Optimal multi-period portfolio polices", The Journal of Business 41, 215–229.

Najafi, A.A. and Mushakhian, S. (2015), "Multi-stage stochastic mean–semivariance–CVaR portfolio optimization under transaction costs", Applied Mathematics and Computation 256, 445–458.

Pinar, M.C. (2007), "Robust scenario optimization based on downside-risk measure for multi-period portfolio selection", OR Spectrum 29, 295–309.

Pindoriya, N.M. and Singh, S.N. and Singh, S.K. (2010), "Multi-objective mean–variance–skewness model for generation portfolio allocation in electricity markets", Electric Power Systems Research 80, 1314-1321.

Sadjadi, S.J. and Seyedhosseini, S.M. and Hassanlou, Kh. (2011), "Fuzzy multi period portfolio selection with different rates for borrowing and lending", Applied Soft Computing, , 11, 3821–3826.

Steuer, R. (1986), "Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application", John Wiley & Sons: New York.

Sun, J. and Fang, W. and Wu, X. and Lai, C.H. and Xu, W. (2011), "Solving the multi-stage portfolio optimization problem with a novel particle swarm optimization", Expert Systems with Applications 38, 6727–6735.

Wei, S.Z. and Ye, Z.X. (2007), "Multi-period optimization portfolio with bankruptcy control in stochastic market", Applied Mathematics and Computation 186, 414– 425.

Xia, Y.S. and Liu, B.D. and Wang, S.Y. and Lai, K.K. (2000), "A model for portfolio selection with order of expected returns", Computers & Operations Research 27, 409–422.

Yan, W. and Li, S.R. (2009), "A class of multi-period semi-variance portfolio selection with a four-factor futures price model", Journal of Applied Mathematics and Computing 29, 19–34.

Yan, W. and Miao, R. and Li, S.R. (2007), "Multi-period semi-variance portfolio selection: Model and numerical solution", Applied Mathematics and Computation 194, 128–134.

Yu, J.R. and Lee, W.Y. (2011), "Portfolio rebalancing model using multiple criteria", European Journal of Operational Research 209, 166–175.

Yu, M. and Takahashi, S. and Inoue, H. and Wang, S. (2010), "Dynamic portfolio optimization with risk control for absolute deviation model", European Journal of Operational Research 201, 349–364.

Zhang, P. and Zhang, W.G. (2014), "Multi-period mean absolute deviation fuzzy portfolio selection model with risk control and cardinality constraints", Fuzzy Sets and Systems 255, pp.74–91.

Zhao, Y. and Ziemba, W.T (2008), "Calculating risk neutral probabilities and optimal portfolio policies in a dynamic investment model with downside risk control", European Journal of Operational Research 185, 1525–1540.

Zhu, S.S. and Li, D. and Wang, S.Y. (2004), "Risk control over bankruptcy in dynamic portfolio selection: A generalized mean-variance", IEEE Transactions on Automatic Control 3, 447.