فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال هشتم، شماره ۱۹، زمستان ۸۹
صفحات ۱۲۵ تا ۱٤٦

روش رتبه‌بندی فازی برای انتخاب پورتفوی بهینه در بورس اوراق بهادار تهران

دکترصفر فضلی *
رسول تقی زاده **

چکیده

مسئله انتخاب پورتفوی سهام از جمله مسائل مهم تخصیص سرمایه و بودجه بندی در مدیریت مالی است که از دیرباز الگوهایی جهت انتخاب بهینه آن ارائه شده است. در این مقاله یک روش رتبه‌بندی فازی برای این منظور ارائه می‌شود. این تحقیق به صورت پیمایشی در بازار بورس اوراق بهادار تهران انجام شده است. جامعه آماری آن شامل ۵۰ شرکت برتر بورس تهران در سال ۱۳۸۷ است. با بررسی داده های مالی این شرکت‌ها، ۲۰ شرکت به عنوان نمونه آماری انتخاب و بازده‌های هفتگی آنها برای سال ۱۳۸۷ محاسبه شده‌اند.

در این تحقیق ۲۰،۰۰۰ پورتفو با استفاده از یک برنامه کامپیوتری تولید شده که هر کدام شامل ۲۰ شرکت مختلف است که میزان سرمایه گذاری آنها در بازه ٪۰ تا ٪۱۰۰ و به صورت کاملاً تصادفی انتخاب شده‌اند. عدم قطعیت بازده هر پورتفوی

---

* استادیار دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره) ـ قزوین E.Mail: fazli@ikiu.ac.ir
** کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره) ـ قزوین
تاریخ دریافت:۸۸/۱۰/۲۹ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱/۳۰

تصادفی با استفاده از یک عدد فازی ذوزنقه‌ای نشان داده شده است. سپس یک شاخص رتبه بندی مورد استفاده قرار می‌گیرد که به تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد تا پورتفوهای گوناگون را مقایسه و بهترین را انتخاب کند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که می‌توان چند پورتفوی بهینه را متناسب با میزان ریسک گریزی سرمایه گذار در بازه‌های مختلف رتبه بندی کرد. در این تحقیق سه پورتفوی بهینه پیشنهاد شده است.
واژگان کلیدی: پورتفو، رتبه بندی فازی، شاخص رتبه بندی، بورس اوراق بهادار تهران.

مقدمه

مهم‌ترین مسئله‌ای که امروزه فراروی سرمایه گذاران قرار دارد این است که در چه زمینه‌ای و به چه میزان سرمایه گذاری کنند تا با نرخ بازده معینی، ریسک آنها حداقل گردد. در بسیاری از این موارد به منظور انتخاب یک گزینه از بین تعداد محدودی گزینه سرمایه گذاری (تصمیم‌گیری) به رتبه‌بندی بر حسب اولویت‌ها و مزایای هر یک بر دیگری است که معمولاً بر حسب معیارهای خاصی ارائه می گردد. بدین ترتیب موقعیت هر گزینه سرمایه گذاری نسبت به گزینه‌های دیگر مشخص شده و تصمیم‌گیرنده می‌تواند با اطمینان از برتری هر یک نسبت به دیگری انتخاب درست را انجام دهد. بنابراین هدف ارائه روشی است که برای تسهیل رتبه‌بندی و در نتیجه تصمیم‌گیری و انتخاب با توجه به معیارهای مختلف حائز اهمیت است.

روش‌های فعلی در زمینه انتخاب سهام و سبد سرمایه گذاری[1] به گونه‌ای است که سرمایه گذاری‌های موجود را از لحاظ درجه ریسک و نرخ بازده به ترتیب اولویت‌بندی نموده و به سرمایه گذار امکان می‌دهد تا با در نظر گرفتن امکانات مالی و سایر سیاست‌های فرا روی خود، اقدام به انتخاب یک یا مجموعه‌ای از اوراق بهادار نماید و بدین ترتیب سبد سرمایه گذاری مطلوب خود را تشکیل دهد. سبد سرمایه گذاری به عبارت ساده ترکیبی از دارایی‌ها است که توسط یک سرمایه گذار برای سرمایه گذاری تشکیل می‌شود. این سرمایه گذار می‌تواند یک فرد یا

1- Portfolio

مؤسسه باشد [۲].

انتخاب سهام کار دشواری است، زیرا در بازده آنها عدم قطعیت وجود دارد و سرمایه گذار باید بین ماکزیمم سازی بازده مورد انتظار و مینیمم سازی ریسک تعادل ایجاد کند. بنابراین رویکرد مورد استفاده برای به دست آوردن پورتفوی بهینه، در نظر گرفتن بیشترین بازده مورد انتظار با در نظر گرفتن میزان ریسکی است که سرمایه گذار می‌تواند بپذیرد. این ایده اولین بار در سال ۱۹۵۲ توسط مارکوویتز مطرح گردید [۲۵] و بسیار مورد توجه قرار گرفت. از آن پس محققان مطالعات بسیاری در زمینه انتخاب پورتفو با روش‌های مختلف انجام دادند.

در این مقاله از یک روش رتبه‌بندی فازی برای انتخاب پورتفو استفاده شده که توسط برمودز و دیگران ارائه شده است [۶]. این روش برای رتبه‌بندی پورتفوهایی که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند، یعنی درصد سرمایه گذاری در هر کدام از شرکت‌های موجود در آن پورتفو عددی تصادفی است، به کار گرفته می‌شود. برای هر پورتفو، یک عدد فازی ذوزنقه‌ای[1] ایجاد می‌شود که اطلاعات مربوط به ریسک و بازده آن پورتفو در بازه زمانی مورد بررسی را در بر دارد. سپس با استفاده از روش رتبه‌بندی مذکور، پورتفوها رتبه‌بندی می‌شوند. بالاترین رتبه کسب شده نشان دهنده بهترین پورتفو خواهد بود. تعداد ۲۰،۰۰۰ پورتفو به صورت تصادفی با استفاده از یک برنامه کامپیوتری ایجاد و عدم قطعیت روی بازده هر کدام از این پورتفوها به صورت یک عدد فازی ذوزنقه‌ای نشان داده می‌شود. سپس رتبه‌بندی فازی برای همه پورتفوها، به منظور انتخاب بهترین پورتفو ارائه می‌گردد. ادامه مقاله بدین صورت تنظیم شده است که ابتدا پیشینه‌ای از تحقیقات انجام شده در ارتباط با موضوع مقاله ذکر شده، سپس روش رتبه‌بندی فازی تشریح می‌گردد. در ادامه یافته‌های این روش که در بازار بورس اوراق بهادار تهران مورد استفاده قرار گرفته بررسی و نهایتاً نتایج آن ارائه می‌گردد.

1- Trapezoidal fuzzy number

سوابق تحقیق

رویکرد سرمایه گذاری در پرتو اندیشه‌های مارکوویتز وشارپ ، روند تکاملی را پیموده و کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی، دقت تصمیم‌گیری در خصوص سبد سرمایه گذاری را افزایش داده است [۳]. مدل‌های مختلفی برای هدایت سرمایه گذاری در چارچوب سبد سرمایه گذاری با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده است. مدل های اصلی انتخاب پورتفو را می‌توان به چند دسته کلی تقسیم بندی کرد که عبارتند از:

مدل میانگین ـ واریانس[1]، مدل میانگین ـ نیمه واریانس[2]، مدل احتمالی و مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی[3] و ترکیب این مدل‌ها با نظریه فازی.

مدل میانگین ـ واریانس

مدل مارکوویتز که در سال۱۹۵۲ با نام میانگین-واریانس ارائه گردید، از دو معیار بازده و ریسک به همراه محدودیت بودجه سرمایه گذاری در قالب برنامه‌ریزی درجه دوم استفاده کرده است. طبق مدل مارکوویتز، به ازای یک سطح ماکزیمم بازده، پورتفوی بهینه باید ریسک را مینیمم سازد یا برای ماکزیمم سطح ریسک قابل پذیرش سرمایه گذار، پورتفوی بهینه باید بازده سرمایه گذاری را حداکثر سازد. از آن پس مدل‌های میانگین ـ واریانس هم در نظریه و هم در الگوریتم پیشرفت کردند. در سال ۲۰۰۰ ژیا و دیگران مدلی برای انتخاب پورتفو با رتبه‌بندی بازده‌های مورد انتظار ارائه دادند [۳۰]. در سال ۲۰۰۳ کراما و اسچینز در مقاله‌ای کاربرد یک مدل مختلط عدد صحیح درجه دو را برای حل یک مدل پیچیده انتخاب پورتفو بررسی کردند [۱۱]. در سال ۲۰۰۵ دنگ و دیگران مدل جدید مینیماکس[4] را برای مسائل انتخاب پورتفوهایی که در داده‌های ورودی از نظر تصادفی بودن و اندازه‌گیری عدم قطعیت دارند، به کار بردند [۱۲]. در سال ۲۰۰۸ لین و لیو از الگوریتم ژنتیک برای

1- Mean-Variance
2- Mean-Semivariance
3- Mean-Variance-Skewness
4- Minimax

بهبود حل مسائل انتخاب پورتفوی مدل میانگین ـ واریانس استفاده نمودند [۲۳].

مدل میانگین ـ نیمه واریانس

با توجه به اینکه در عمل بازده‌های مربوط به پورتفوها اغلب دارای توزیع نامتقارن[۱] هستند، در سال ۱۹۵۹ مارکوویتز یک مدل نیمه واریانس برای بازده‌های تصادفی غیر متقارن ارائه داد. محققان دریافته بودند که بازده‌های نامتقارن، واریانس را به یک معیار سنجش ناکارا برای ریسک تبدیل می‌کند [۲۶]. بسیاری از محققان درباره مشخصات و محاسبات مربوط به نیمه واریانس کار کرده و مدل‌های میانگین ـ نیمه واریانس را بهبود دادند. برای مثال چوو و دنینگ در سال ۱۹۹۴ تساوی شاخص‌های ریسک سیستماتیک را در مدل‌های انتخاب پورتفوی میانگین ـ نیمه واریانس بررسی نمودند [۱۰].

مدل احتمالی

بروکت در سال ۱۹۹۲ ریسک را به صورت احتمالی تعریف کرد که در آن بازده به سطح مورد انتظار سرمایه گذار نائل نمی‌شود. او یک مدل برنامه‌ریزی مبتنی بر شانس را برای انتخاب پورتفو ارائه نمود [۷]. در سال ۱۹۹۵ لی یک مدل سرمایه گذاری و بیمه پورتفو را بر پایه مدل احتمالی ارائه داد [۲۲]. ویلیامز در سال ۱۹۹۷ ماکزیمم سازی احتمال رسیدن به اهداف مالی را با مدل احتمالی در پورتفو بررسی کرد [۲۹].

مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی

در سال ۱۹۷۶، کراوس اهمیت چولگی در اندازه‌گیری درجه عدم تقارن توزیع‌های بازده (در مقایسه با توزیع متقارن) و انتخاب پورتفو را مورد بررسی قرار داد [۱۷]. از آنجا که چولگی در انواع مختلف بازارهای مالی بسیار مهم است، مدل

۱ـ توزیع نا متقارن در مقابل توزیع متقارن مطرح می‌شود. توزیع متقارن توزیعی است که پارامترهای مرکزی آن (مد، میانگین و میانه) با همدیگر مساوی باشند [۱].

های میانگین ـ واریانس ـ چولگی توسط محققان مورد توجه قرار گرفته است. در سال ۱۹۹۳ کونو و دیگران از این مدل برای بهینه سازی پورتفو استفاده نمودند [۱۶]. لیونگ و همکاران در سال ۲۰۰۱ بازده سرمایه گذاری در پورتفو را برای ترکیب پیش‌بینی‌ها با استفاده از مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی به کار گرفتند [۲۰]. لیو و دیگران یک مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی را برای انتخاب پورتفو با هزینه‌های تراکنش در سال ۲۰۰۳ ارائه کردند [۲۴]. در سال ۲۰۰۸ یو مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی را برای انتخاب پورتفو بر پایه شبکه‌های عصبی پیشنهاد کرد [۳۱].

مدل‌های فازی

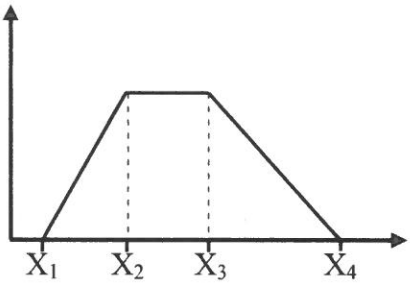
پس از معرفی نظریه مجموعه فازی توسط پروفسور زاده، محققان زیادی مسئله انتخاب پورتفو را به صورت فازی مورد توجه قرار دادند. یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای انتخاب پورتفو در سال ۲۰۰۱ توسط آرناس و دیگران ارائه شد [۵]. هوانگ (۲۰۰۷) مسئله انتخاب پورتفو با بازده‌های فازی را نشان داد [۱۵]. گوپتا و دیگران (۲۰۰۸) یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی را برای انتخاب پورتفو پیشنهاد دادند [۱۴]. لی و دیگران (۲۰۰۹) یک مدل انتخاب پورتفوی میانگین ـ واریانس ـ چولگی با پارامترهای فازی را ارائه دادند [۲۲]. به گفته برتراند راسل، هر چیز تا حدی مبهم است [۴] و مزیت مدل‌های فازی بر سایر مدل‌ها آن است که عدم قطعیت و ابهام را در انتخاب پورتفو مد نظر قرار می‌دهد. روش انتخاب پورتفوی بهینه به کار رفته در این مقاله، روشی است که در سال ۲۰۰۷ توسط برمودز و دیگران ارائه [۶] و جزء مدل‌های فازی طبقه‌بندی می‌شود.

تعاریف و نمادها

عدد فازی ذوزنقه‌ای: اعداد فازی ذوزنقه‌ای با استفاده از چهار عدد مشخص می‌شوند. به‌طور مثال عدد (x_1,x_2,x_3,x_4) یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است که در شکل ۱ نشان داده شده است. برای هر عدد فازی ذوزنقه‌ای، پارامترهای هسته[1]،

1- Core

پهنای[1] چپ و راست تعریف می‌گردد. برای عدد فازی به صورت (x_1,x_2,x_3,x_4)، بازه $[X_2 , X_3]$ هسته را نشان داده و پهنای چپ و راست به ترتیب با روابط $X_2 - X_1$ و $X_4 - X_3$ محاسبه می‌گردند [۸].



شکل ۱ . مفهوم عدد فازی ذوزنقه‌ای

پورتفوی تصادفی (PX): به پورتفویی اطلاق می‌شود که درصد سرمایه گذاری در هر کدام از شرکت‌های موجود در آن، به‌طور کاملا تصادفی از صفر تا صد درصد انتخاب شده است.

n : تعداد کل شرکت‌های نمونه آماری.

بردار X : این بردار به صورت $X= (x_1,x_2,\ldots,x_n)$ نشان داده می‌شود و هر کدام از اعضای x_1 تا x_n ، نشان دهنده درصدی از سرمایهٔ در دسترس سرمایه گذار هستند که در هر کدام از شرکت‌های شماره ۱ تا n سرمایه گذاری می‌شود.

r_{jt} : بازده مورد انتظار سهام شرکت j در طول هفته t.

P_{jt} : قیمت سهام j امین شرکت در آخرین روز کاری هفته t ام.

T_x : عدد ذوزنقه‌ای به‌دست آمده از بازده مورد انتظار هفتگی هر پورتفوی تصادفی.

q_k : صدک k ام مربوط به بازده‌های هفتگی هر پورتفوی تصادفی.

$RI(P_x)$: (Rank Index) شاخص رتبه بندی مربوط به هر پورتفوی P_x .

$E(T_x)$: امید ریاضی (میانگین) بازده مورد انتظار برای عدد فازی T_x مربوط به هر پورتفو.

1- Spread

$R(T_X)$: ریسک عدد فازی Tx مربوط به هر پورتفو.

β : ضریب ریسک گریزی سرمایه گذار.

مدل و روش تحقیق

در این پژوهش با توجه به مزیت مدل‌های فازی از روش رتبه‌بندی فازی استفاده شده است. بنابراین در ابتدا باید تعدادی پورتفو موجود باشند تا با استفاده از رتبه‌بندی فازی بتوان آنها را رتبه‌بندی نمود و بهترین آنها را به عنوان پورتفوی مناسب جهت سرمایه گذاری انتخاب کرد. پس گام اول در این پژوهش ایجاد تعدادی پورتفوی تصادفی با استفاده از یک برنامه کامپیوتری است. تعداد شرکت‌هایی که از بین شرکت‌های نمونه آماری در پورتفو ضریب غیر صفر دارند (درصد سرمایه گذاری در آنها صفر نیست یا به عبارت دیگر مقداری از سرمایه به سرمایه‌گذاری در آنها اختصاص می‌یابد)، مطابق نظر خبرگان یا سرمایه گذار تعیین می‌شود. به زبان ریاضی، P_X به عنوان یک پورتفوی تصادفی در نظر گرفته می‌شود، به نحوی که $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ برداری از ضرایب سرمایه گذاری برای هر شرکت در پورتفو و n تعداد شرکت‌هایی است که در دسترس بوده و می‌توان در آنها سرمایه گذاری کرد. برای بردار X سه محدودیت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۷]:

۱) $\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$: X_i نشان دهنده درصدی از کل سرمایه در دسترس است که در هر کدام از شرکت‌های پورتفو سرمایه گذاری می‌شود. بنابراین جمع این درصدها برای هر پورتفو باید برابر ٪۱۰۰ باشد.

۲) $0 \le X_i \le u_i \ (i=1,2,\ldots,n)$: u_i حداکثر درصد سرمایه گذاری در هر شرکت را معین کرده و توسط سرمایه گذار یا نظر خبرگان مشخص می‌شود. بدون در نظر گرفتن این محدودیت ممکن است درصد بسیار زیادی از سرمایه، تنها به یک شرکت اختصاص یابد و فلسفه تئوری پورتفو که "همه تخم مرغ‌ها را در یک سبد قرار ندهید" نقض شود [۲].

۳) تعداد ضرایب غیر صفر x_i (شرکت‌هایی که در پورتفو حضور داشته و باید در آنها سرمایه گذاری کرد، یعنی درصد سرمایه گذاری در آنها بیشتر از صفر است)

توسط سرمایه گذار یا خبرگان معین می‌شود. به عبارت دیگر، برای جلوگیری از گستردگی بیش از حد پورتفو، تعداد کل شرکت‌های موجود در پورتفو محدود می‌گردد.

در گام دوم، بازده مورد انتظار هر کدام از شرکت‌های نمونه آماری (n) در یک بازه زمانی به صورت هفتگی محاسبه می‌شود. بازده مورد انتظار سهام شرکت j در طول هفته t با r_{jt} نشان داده شده و با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۳].

$$r_{jt}=(P_{j(t+1)}-P_{jt})/P_{jt} \qquad (۱)$$

در این رابطه P_{jt} قیمت سهام j امین شرکت در آخرین روز کاری هفته t ام است. پس در این مرحله تعدادی بازده هفتگی برای هر کدام از شرکت‌های مورد نظر به دست می‌آید.

برای هفته t ام بازده هفتگی هر پورتفوی شامل n شرکت، با رابطه (۲) محاسبه می گردد [۱۳]:

$$\sum_{j=1}^{n} r_{jt} x_j \qquad (۲)$$

که در این رابطه x_j درصد سرمایه گذاری در j امین شرکت است.

بدین ترتیب برای هر کدام از پورتفوهای تصادفی، به تعداد هفته‌های بازه زمانی مورد بررسی، بازده هفتگی به‌دست خواهد آمد.

برمودز و همکاران معتقدند در صورت وجود تعدادی بازده از هر پورتفو، احتمالاً مقادیر این بازده‌ها با یکدیگر متفاوت خواهند بود و در اصل نوعی ابهام و عدم قطعیت در میزان بازده هر پورتفو وجود دارد. لذا می‌توان بازده کل را به صورت یک عدد فازی ذوزنقه‌ای نشان داد[۶].

بنابراین برای هر پورتفو می‌توان یک عدد فازی ذوزنقه‌ای به دست آورد. اگر این عدد فازی با T_x نشان داده شود، $T_x = (t_x^{(1)} , t_x^{(2)} , t_x^{(3)} , t_x^{(4)})$ بیانگر عدم قطعیت روی بازده پورتفو P_x می‌باشد. در گام سوم، این عدد فازی با استفاده از صدک‌های مربوط به بازده‌های هفتگی هر پورتفو، به‌دست می‌آید. صدک‌های پنجم، چهلم، شصتم و نود و پنجم بازده‌های هفتگی، تشکیل دهندهٔ عدد فازی مربوط به پورتفوی تصادفی خواهند بود، $T_x=(q_5,q_{40},q_{60},q_{95})$. هسته عدد فازی

ذوزنقه‌ای T_x بازه $[t_x^{(2)},t_x^{(3)}]$ است. پهنای چپ و راست آن به ترتیب $t_x^{(2)}-t_x^{(1)}$ و $t_x^{(4)}-t_x^{(3)}$ می‌باشند.

گام چهارم به‌دست آوردن شاخص رتبه‌بندی برای هر کدام از اعداد فازی ذوزنقه‌ای مربوط به بازده هر پورتفوی تصادفی است. روش رتبه‌بندی فازی مورد استفاده در این مقاله، روشی است که در مقاله برمودز و دیگران مطرح شده است [۶]. در مقاله برمودز، عدم قطعیت روی بازده‌های پورتفوها به وسیله عدد فازی ذوزنقه‌ای نشان داده شده است و سپس با استفاده از این عدد فازی، بازده و ریسک هر پورتفو به صورتی که در ادامه می‌آید، محاسبه می‌گردد. لذا در این گام، برای حل مسئله انتخاب پورتفو از روش شاخص رتبه‌بندی زیر استفاده می‌شود.

ابتدا برای هر پورتفوی تصادفی (P_X) که عدم قطعیت آن با عدد فازی ذوزنقه‌ای T_X تعیین شده، یک شاخص رتبه‌بندی[1] پورتفو به صورت زیر تعریف می‌شود [۶].

$$RI(P_X)=E(T_X)-\beta*R(T_X) \qquad (۳)$$

در این رابطه $E(T_X)$ امید ریاضی (میانگین) بازده مورد انتظار است که از طریق رابطه (۴) به‌دست می‌آید. $R(T_X)$ ریسک پورتفو بوده و با استفاده از رابطه (۵) مشخص می‌شود. این دو رابطه توسط لئون و همکاران ارائه شده‌اند [۱۹].

$$E(T_X) = \tfrac{1}{4}(t_x^{(4)}+t_x^{(3)}+t_x^{(2)}+t_x^{(1)}) \qquad (۴)$$

$$R(T_X) = \tfrac{1}{2}(t_x^{(4)}+t_x^{(3)}-t_x^{(2)}-t_x^{(1)}) \qquad (۵)$$

همچنین ضریب β در رابطه (۳) ضریب ریسک گریزی سرمایه گذار بوده و نشان دهنده حداکثر ریسک مجاز از نظر سرمایه‌گذار است.

در این شاخص رتبه‌بندی، بیشترین وزن به بازده مورد انتظار اختصاص یافته است، در حالی که مقادیر منفی به وزن ریسک اختصاص می‌یابد. دلیل این کار آن است که در مسئله انتخاب پورتفو، سرمایه‌گذار ریسک گریز در نظر گرفته شده است. مقادیر منفی برای β ممنوع است زیرا β در شاخص رتبه‌بندی دارای ضریب منفی است. هدف از مسئله انتخاب پورتفو مینیمم سازی ریسک بوده و برای مقایسه دو پورتفو از بازده مورد انتظار آنها استفاده می‌شود. حد بالایی برای β معرفی

1- Rank Index

نمی‌گردد، زیرا تنها مقادیر کوچک در کاربردهای عملی برای β قابل قبول است. با یک مقدار به اندازه کافی بزرگ برای β، همه پورتفوهای موجود دارای شاخص رتبه بندی منفی خواهند شد.

جامعه آماری این تحقیق شامل ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران در سال ۱۳۸۷ است. بر این اساس نمونه آماری شرکت‌هایی خواهند بود که سرمایه‌گذار علاقمند به سرمایه‌گذاری در زیر مجموعه‌ای از آنها است. یعنی شرکت‌هایی که سرمایه‌گذار با توجه به معیارهایی به عنوان نمونه از بین شرکت‌های حاضر در بورس انتخاب و قصد سرمایه‌گذاری در تعدادی از آنها را دارد. در این تحقیق شرکت‌هایی از جامعه آماری انتخاب شدند که دارای وقفه معاملاتی کمتری نسبت به بقیه باشند. لذا با فرض حداکثر وقفه مجاز سه هفته، ۲۰ شرکت به عنوان شرکت‌های تحت بررسی انتخاب شدند. جدول ۱ عناوین این شرکت‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۱. شرکت‌های مربوط به نمونه آماری

ردیف	نام شرکت	ردیف	نام شرکت	ردیف	نام شرکت
۱	سرمایه گذاری بهمن	۸	سرمایه گذاری پتروشیمی	۱۵	صنایع مس ایران
۲	لیزینگ ایران	۹	توسعه صنعتی	۱۶	کیمیدارو
۳	نفت بهران	۱۰	البرز دارو	۱۷	نیرو ترانس
۴	جوشکاب یزد	۱۱	توکا فولاد	۱۸	معادن روی
۵	لیزینگ غدیر	۱۲	سرمایه گذاری ساختمان	۱۹	فارسیت دورود
۶	الکتریک شرق	۱۳	دارو سازی کوثر	۲۰	کربن ایران
۷	نگین طبس	۱۴	سامان گستر اصفهان		

یافته‌های تحقیق

نتایج تحقیق حاصل اجرای گام به گام مدل در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. یافته اول تولید ۲۰،۰۰۰ پورتفوی تصادفی با استفاده از برنامه کامپیوتری است. شرکت‌های موجود در هر کدام از پورتفوها از بین مجموعه‌ای متشکل از شرکت‌های نمونه آماری انتخاب شده‌اند. ابتدا مجموعه‌ای از شرکت‌های پذیرفته

شده در بورس اوراق بهادار تهران ایجاد شد. برای تعیین حداکثر سرمایه‌گذاری در هر شرکت و تعداد شرکت‌های موجود در پورتفو، از نظرات یازده خبره در زمینه سرمایه‌گذاری استفاده گردید. هر چه تعداد پورتفوهای تصادفی بیشتر باشد، پورتفوی انتخاب شده مناسب‌تر خواهد بود [۶]. بنابراین با استفاده از نرم افزار Excel و برنامه نویسی با VBA تعداد ۲۰،۰۰۰ پورتفوی تصادفی با شرایط زیر ایجاد شد:

۱) $\sum_{i=1}^{20} x_i = 1$

۲) $0 \leq X_i \leq 0/25$ (i= ۱،۲، ... ،۲۰) . عدد ۰/۲۵، حد بالای میزان سرمایه گذاری در هر کدام از ۲۰ شرکت را نشان می‌دهد که براساس نظر خبرگان، به میزان ۲۵ درصد کل سرمایه یا ۰/۲۵ تعیین شده است[۱].

۳) همچنین طبق نظر خبرگان، تعداد شرکت‌های موجود در پورتفو (درصدهای سرمایه گذاری غیر صفر در هر کدام از ۲۰،۰۰۰ پورتفو)، ۷ عدد در نظر گرفته شد[۲]. پورتفوهای تصادفی از p1 تا p20000 نام‌گذاری شدند. برنامه VBA زیر، ضرایب پورتفوها را به‌طور تصادفی ایجاد و در نرم افزار Excel نمایش می‌دهد.

۱ـ خبرگان ۱۱ نفر (شامل ۸ نفر از اساتید دانشگاه و ۳ نفر از فعالین در بورس اوراق بهادار تهران) بودند. میانگین نظرات این افراد جهت تعیین حداکثر میزان سرمایه گذاری در هر شرکت، ٪۲۵ از کل سرمایه بوده است.

۲ـ عدد ۷، مُد نظرات خبرگان در مورد تعداد مناسب شرکت‌های موجود در پورتفوی بوده است.

```
Sub GetRandomNumbers()
Const intLowest As Integer = 1 'Lowest number required
Const intHighest As Integer = 20 'Highest number required
Const intHowMany As Integer = 7 'Number of different values to return
Dim booFlag As Boolean
'Set up array to hold the random value
Dim arrRandom(1 To intHowMany) As Integer
Dim SumRandNum As Double
Dim randomeashari As Double
For k = 1 To 20000 Step 1
Randomize
arrRandom(1) = Int((intHighest + 1 - intLowest) * Rnd) + intLowest
For i = 2 To intHowMany
Do
booFlag = False
arrRandom(i) = Int((intHighest + 1 - intLowest) * Rnd) + intLowest
For j = 1 To i - 1
If arrRandom(j) = arrRandom(i) Then booFlag = True
Next j
Loop Until booFlag = False
Next i
Do
SumRandNum = 0
For i = 1 To intHowMany
randomeashari = Round((0.24 * Rnd) + 0.01, 2)
SumRandNum = SumRandNum + randomeashari
Range("A1").Offset(k, arrRandom(i)).Value = randomeashari
Next i
Loop Until SumRandNum = 1
Next k
End Sub
```

دو پورتفوی اول ایجاد شده توسط نرم افزار در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. دو پورتفوی تصادفی ایجاد شده توسط برنامه کامپیوتری

ضرایب پورتفوی شماره ۱	شرکت ۲	شرکت ۳	شرکت ۹	شرکت ۱۲	شرکت ۱۷	شرکت ۱۸	شرکت ۲۰	مجموع ضرایب
	۰/۲٤	۰/۲٤	۰/۱۹	۰/۰٤	۰/۱۱	۰/۱٦	۰/۰۲	۱
ضرایب پورتفوی شماره ۲	شرکت ۳	شرکت ٤	شرکت ٦	شرکت ۱۱	شرکت ۱۲	شرکت ۱۳	شرکت ۱۹	مجموع ضرایب
	۰/۰۷	۰/۲۲	۰/۱۷	۰/۲	۰/۲	۰/۱۲	۰/۰۲	۱

یافته دوم تحقیق حاصل از اجرای گام دوم و محاسبه بازده‌های هفتگی شرکت‌ها و بازده مورد انتظار هر پورتفو است. بازه زمانی مورد بررسی برای شرکت‌ها از ۲۱ فروردین ۱۳۸۷ تا ۲۸ اسفند ۱۳۸۷ و قیمت‌های روز چهارشنبه به عنوان تقریبی از قیمت هفتگی در نظر گرفته شدند. بازده مورد انتظار سهام شرکت j در طول هفته t با استفاده از فرمول (۱) محاسبه گردید. بدین ترتیب برای هر شرکت ۴۹ بازده هفتگی به‌دست آمد.

اگر P_X به عنوان یکی از پورتفوهای تصادفی در نظر گرفته شود، بردار

$X=(x_1,x_2,\ldots,x_{20})$ ضرایب هر کدام از ۲۰ سهام در پورتفو را نشان می‌دهد. برای هفته t بازده هفتگی با رابطه (۲) و با در نظر گرفتن تعداد شرکت‌ها برابر بیست ($n=20$) محاسبه می‌گردد.

بدین ترتیب برای هر کدام از ۲۰،۰۰۰ پورتفوی تصادفی، ۴۹ بازده هفتگی به دست آمد. بازده‌های هفتگی سه ماه پایانی سال ۱۳۸۷ برای سه شرکت از بیست شرکت نمونه آماری در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳. نمونه‌ای از بازده‌های هفتگی شرکت‌ها

تاریخ چهارشنبه‌های بازه زمانی	شرکت نیرو ترانس	شرکت نگین طبس	شرکت الکتریک شرق
۱۳۸۷/۱۲/۲۸	۰/۰۰۹	۰/۰۲۳	۰/۰۴۱
۱۳۸۷/۱۲/۲۱	-۰/۰۳۶	۰/۰۰۲	-۰/۰۱۷
۱۳۸۷/۱۲/۱۴	۰/۰۲۶	-۰/۰۸۸	-۰/۰۰۶
۱۳۸۷/۱۲/۷	۰/۰۴۶	-۰/۰۲۷	۰/۰۱۰
۱۳۸۷/۱۱/۳۰	۰/۰۲۲	-۰/۰۰۷	-۰/۰۳۲
۱۳۸۷/۱۱/۲۳	-۰/۰۰۲	-۰/۰۵۴	-۰/۰۲۸
۱۳۸۷/۱۱/۱۶	۰/۰۲۵	-۰/۰۲۱	۰/۰۶۲
۱۳۸۷/۱۱/۹	۰/۰۳۴	-۰/۰۳۸	۰/۰۲۶
۱۳۸۷/۱۱/۲	-۰/۰۱۶	۰/۰۸۷	۰/۰۰۴
۱۳۸۷/۱۰/۲۵	۰/۰۲۳	-۰/۱۰۴	-۰/۰۶۶
۱۳۸۷/۱۰/۱۶	-۰/۰۴۳	-۰/۰۴۶	-۰/۰۰۸
۱۳۸۷/۱۰/۱۰	۰/۰۶۳	-۰/۰۳۲	۰/۰۰۸
۱۳۸۷/۱۰/۴	۰/۰۴۳	-۰/۰۳۰	-۰/۰۷۱

منبع: محاسبات محققین

یافته سوم تحقیق مربوط به محاسبه بازده مورد انتظار قطعی و میزان ریسک هر کدام از ۲۰،۰۰۰ پورتفوی تصادفی است. برای این منظور ابتدا بازده‌های هفتگی به اعداد فازی ذوزنقه‌ای تبدیل شدند. برای ایجاد عدد فازی T_X که بیانگر بازده هفتگی هر پورتفو P_X باشد، مشاهدات بازده‌های مورد انتظار (۴۹ بازده هفتگی) در نظر گرفته شده و از صدک‌ها به عنوان اعداد چهارگانه موجود در عدد فازی ذوزنقه‌ای هر پورتفو استفاده گردید. بدین ترتیب عدد فازی $T_x=(q_5,q_{40},q_{60},q_{95})$ ایجاد می‌شود که در آن q_k ، k امین صدک از ۴۹ بازده هفتگی است. بنابراین برای

هر پورتفوی تصادفی یک عدد فازی ذوزنقه‌ای ایجاد می‌شود که بیانگر عدم قطعیت بازده آن پورتفو است.

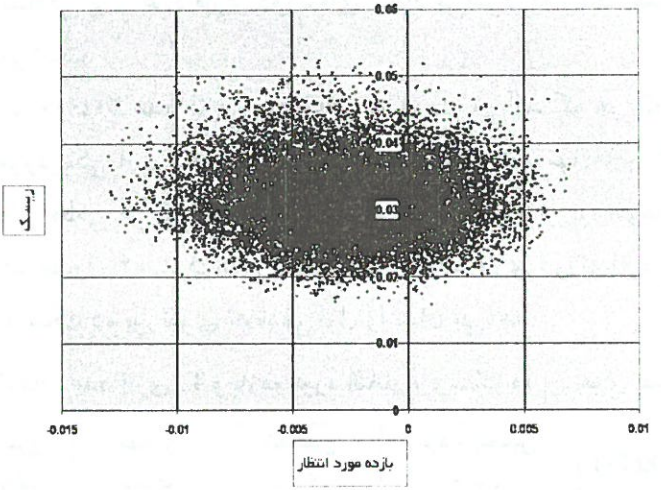
بدین ترتیب ۲۰،۰۰۰ عدد فازی ذوزنقه‌ای به دست می‌آید که هر کدام شامل اطلاعاتی در مورد یکی از پورتفوها است. سپس با استفاده از فرمول‌های (۴) و (۵)، بازده مورد انتظار قطعی هر پورتفو، $E(T_x)$ و ریسک هر کدام از پورتفوها، $R(T_X)$ به دست آمدند. جدول ۴ صدک‌های تشکیل‌دهنده عدد فازی ذوزنقه‌ای، بازده‌های مورد انتظار و ریسک ده پورتفوی تصادفی اول را نشان می‌دهد.

جدول ٤ . مولفه‌های عدد فازی T_x و بازده مورد انتظار و ریسک ده پورتفوی تصادفی اول

پورتفو	پنجمین صدک	چهلمین صدک	شصتمین صدک	نود و پنجمین صدک	E(Tx)	R(Tx)
p1	-۰/۰۱۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰٦	۰/۰۲۷	۰/۰۰٤	۰/۰۲٦
p2	-۰/۰۲۹	-۰/۰۱۲	۰/۰۰۱	۰/۰۲۸	-۰/۰۰۳	۰/۰۳٥
p3	-۰/۰۲۰	-۰/۰۰۷	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	-۰/۰۰۱	۰/۰۲٥
p4	-۰/۰۲۲	-۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۰۳۰	۰/۰۰۱	۰/۰۳۰
p5	-۰/۰۱۸	-۰/۰۰۸	-۰/۰۰۱	۰/۰۲۰	-۰/۰۰۲	۰/۰۲۲
p6	-۰/۰۳۸	-۰/۰۱۳	-۰/۰۰٤	۰/۰۳۲	-۰/۰۰٦	۰/۰٤۰
p7	-۰/۰٤٤	-۰/۰۰۹	-۰/۰۰۱	۰/۰۲۷	-۰/۰۰۷	۰/۰٤۰
p8	-۰/۰۳٤	-۰/۰۰٤	۰/۰۰۳	۰/۰۲٦	-۰/۰۰۲	۰/۰۳٤
p9	-۰/۰۳٦	-۰/۰۱۲	۰/۰۰۰	۰/۰۳٥	-۰/۰۰۳	۰/۰٤۱
p10	-۰/۰۲٥	-۰/۰۰۷	-۰/۰۰۱	۰/۰۲۳	-۰/۰۰۳	۰/۰۲۷

منبع: محاسبات محققین

در شکل ۲ بازده مورد انتظار و ریسک هر کدام از ۲۰۰۰۰ پورتفو به صورت نقطه‌ای نمایش داده شده است.

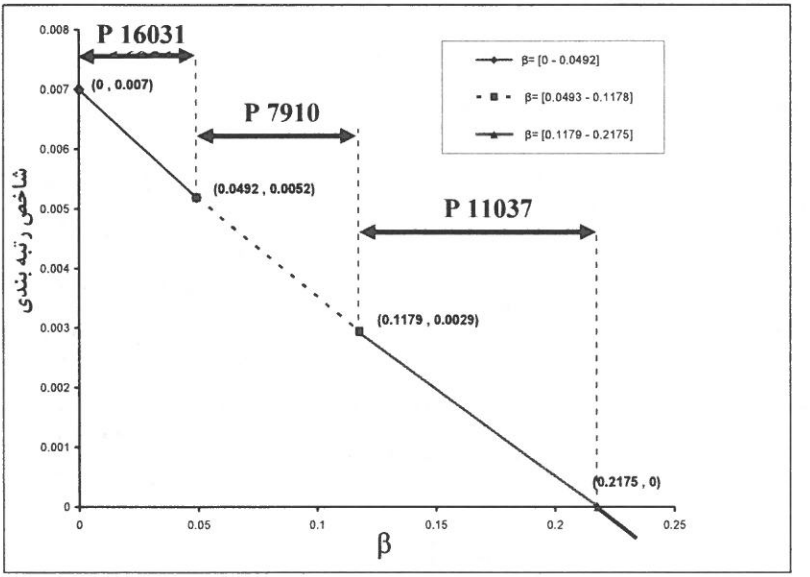


شکل ۲ . نمایش نقطه‌ای پورتفوها بر حسب میزان ریسک و بازده مورد انتظار

آخرین یافته این تحقیق مربوط به رتبه بندی پورتفوهای بهینه است که با توجه به میزان ریسک گریزی سرمایه گذار از بین ۲۰،۰۰۰ پورتفو به دست می‌آید. این امر با محاسبه شاخص رتبه‌بندی و مقایسه پورتفوها حاصل می‌شود و بدین طریق میزان مطلوبیت هر پورتفو برای سرمایه گذار تعیین می‌گردد. در فرمول (۳) مقادیر مختلف ضریب ریسک‌گریزی β از صفر قرار می‌گیرند و هر بار مقدار قبلی β به میزان ۰/۰۰۰۱ افزایش می‌یابد. این کار تا زمانی که شاخص رتبه‌بندی منفی گردد، ادامه پیدا می‌کند. به ازای هر مقدار β شاخص رتبه‌بندی برای همه پورتفوهای تصادفی محاسبه و بهترین پورتفو برای مقدار حاضر β، پورتفویی خواهد بود که بیشترین مقدار شاخص رتبه‌بندی را با استفاده از فرمول (۳) داراست.

با توجه به این فرمول، واضح است که اگر پارامتر ریسک گریزی سرمایه گذار، β، مساوی صفر باشد، بهترین پورتفو، پورتفویی با بالاترین بازده مورد انتظار خواهد بود. در این صورت پورتفوی P۱۶۰۳۱ با بازده مورد انتظار ۰/۰۰۶۹ انتخاب می‌گردد. همچنین محاسبات نشان می‌دهد که این پورتفو برای بقیه مقادیر β در بازه [۰/۰۴۹۲ ، ۰] هم بهترین است.

از طرف دیگر اگر β متعلق به بازه [۰/۱۱۷۸ ، ۰/۰۴۹۳] باشد، پورتفوی P۷۹۱۰ بهترین پورتفو جهت سرمایه گذاری خواهد بود. در نهایت اگر β در بازه [۰/۲۱۷۵ ، ۰/۱۱۷۹] باشد، پورتفوی P۱۱۰۳۷ بهترین است. برای مقادیر بزرگتر از ۰/۲۱۷۵، شاخص رتبه‌بندی برای همه پورتفوها منفی می‌شود. شکل ۳ این موضوع و نمودار تغییرات شاخص رتبه‌بندی به ازای تغییر ضریب ریسک گریزی و پورتفوهای بهینه به ازای این بازه تغییرات را نشان می‌دهد.



شکل ۳ . نمودار تغییرات شاخص رتبه‌بندی به ازای تغییر ضریب ریسک گریزی و پورتفوی بهینه به ازای بازه‌های مختلف

جدول ۵ ترکیب سه پورتفوی (۱۶۰۳۱، ۷۹۱۰ و ۱۱۰۳۷) را نشان می‌دهد که باید با توجه به مقدار پارامتر ریسک گریزی β انتخاب شوند.

جدول ۵. سه پورتفوی بهینه به ازای سه بازه مختلف ضریب ریسک گریزی

ضریب ریسک گریزی β	β =[۰ ، ۰/۰۴۹۲]	β =[۰/۰۴۹۳ ، ۰/۱۱۷۸]	β =[۰/۱۱۷۹ ، ۰/۲۱۷۵]
پورتفو / شرکت	P16031	P7910	P11037
سرمایه گذاری بهمن	۰	۰	۰
لیزینگ ایران	۰	۰	۰/۱۶
نفت بهران	۰	۰/۰۴	۰
جوشکاب یزد	۰	۰	۰
لیزینگ غدیر	۰	۰	۰
الکتریک شرق	۰/۲	۰/۲	۰
نگین طبس	۰/۱۳	۰/۱۲	۰/۰۴
سرمایه گذاری پتروشیمی	۰	۰	۰
توسعه صنعتی	۰	۰/۱۴	۰/۱۷
البرز دارو	۰	۰	۰/۰۹
توکا فولاد	۰	۰	۰
سرمایه گذاری ساختمان	۰	۰	۰
دارو سازی کوثر	۰/۰۱	۰	۰
سامان گستر اصفهان	۰	۰/۰۲	۰
صنایع مس ایران	۰	۰	۰
کیمیدارو	۰/۰۶	۰	۰
نیرو ترانس	۰/۱۸	۰/۲۴	۰/۰۹
معادن روی	۰/۲۳	۰/۲	۰/۲۳
فارسیت دورود	۰/۱۹	۰	۰/۲۲
کربن ایران	۰	۰	۰
مجموع ضرایب هر پورتفو	۱	۱	۱

منبع: محاسبات محققین

در اینجا باید اشاره کرد که انتخاب تصادفی و تجزیه و تحلیل ۲۰،۰۰۰ پورتفوی استفاده شده در بررسی عددی بر روی یک کامپیوتر معمولی خانگی کمتر از ۲ دقیقه زمان برده است.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف اصلی مدیران فعال در صنعت خدمات مالی و سرمایه گذاری این است که سهامی با بازده بالا انتخاب کنند تا سودآوری خود را به حداکثر برسانند. یکی از مشکلات پیش روی سرمایه گذاران امروزه آن است که تعداد سهام موجود در بازارهای مالی افزایش چشمگیری داشته و وجود این روند، چالش‌های زیادی را در زمینه انتخاب پورتفوی با بازده مناسب ایجاد کرده است. از اینرو افراد و مؤسسات مالی در زمینه انتخاب پورتفوی بهینه با مشکلات فزاینده‌ای روبرو هستند [۹]. از طرف دیگر مطالعات صورت گرفته در گذشته ادعا می‌کردند که سرمایه گذاران به ندرت قادرند بازده‌های بالا را در پورتفو خود به‌دست آورند [۲۸]. با این وجود از سال ۱۹۵۹ و در پرتو اندیشه‌های مارکوویتز و شارپ، کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی برای انتخاب پورتفوی بهینه روز به روز توسعه یافته و در مطالعات انجام شده، روش‌هایی بر اساس مدل‌های مبتنی بر واریانس ارائه شده که خود دارای محدودیت‌هایی هستند [۲۳،۲۴،۱۰]. در این مقاله از یک روش رتبه‌بندی فازی جهت رتبه‌بندی پورتفوهای گوناگون و انتخاب بهترین آنها استفاده گردید. این روش با استفاده از یک شاخص رتبه‌بندی فازی، بازده مورد انتظار و میزان ریسک سهام شرکت‌های مختلف را در نظر می‌گیرد و سپس پورتفوی بهینه را در بازه‌های مختلف ریسک گریزی سرمایه گذار، در سه طبقه ریسک گریزی کم، متوسط و بالا پیشنهاد می‌کند.

با استفاده از این روش در بازار بورس تهران و در بین ۵۰ شرکت برتر سال ۱۳۸۷، برای هر یک از پورتفوها، عددی به عنوان شاخص مطلوب بودن آن پورتفو برای سرمایه گذار به دست آمد که با رتبه‌بندی نزولی این شاخص، بهترین پورتفو با توجه به محدوده‌های ضریب ریسک گریزی سرمایه گذار، که از طریق همین روش

به دست آمده مشخص گردید. مزیت این روش بر سایر روش‌های انتخاب پورتفو، ارائه یک مجموعه پورتفوی بهینه است که با توجه به ضریب ریسک گریزی سرمایه گذار پیشنهاد می‌شود. درجه ریسک گریزی نیز در بازه‌های مختلف و حداقل در سه طبقه معرفی می‌شود که هر طبقه حداقل و حداکثر ریسک گریزی به منظور انتخاب بهینه پورتفو را نشان می‌دهد. اگر چه این روند از لحاظ محاسباتی بسیار سریع است و می‌توان آن را برای انتخاب پورتفو در صنایع مختلف بازار بورس تهران به کار گرفت و بدین طریق پورتفوی بهینه را در هر صنعت تخصصی مشخص کرد، در عین حال می‌توان با استفاده از الگوریتم ژنتیک یا تحلیل پوششی داده‌ها در تحقیقات آتی، کارآیی پورتفوهایی که محدودیت‌ها را براورده می‌کنند، بهبود بخشید.

محدودیت اصلی روش مورد استفاده در این تحقیق، نیاز به قیمت‌های هفتگی هر کدام از شرکت‌های نمونه آماری در یک بازه زمانی یک ساله است که با توجه به وقفه‌های مکرر در معاملات شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران، از بین ۵۰ شرکت تنها ۲۰ شرکت وقفه‌ای در حد معقول داشتند.

منابع و مآخذ

۱. آذر، عادل و مؤمنی، منصور. آمار و کاربرد آن در مدیریت، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها، تهران، ۱۳۸۳.

۲. جونز، چارلز. مدیریت سرمایه گذاری، رضا تهرانی، عسگر نوربخش، نشر نگاه دانش، تهران، ۱۳۸۶.

۳. شباهنگ، رضا. مدیریت مالی، مرکز تحقیقات حسابداری و حسابرسی، تهران، ۱۳۷۵.

۴. کاسکو، بارت. تفکر فازی، علی غفاری، عادل مقصود پور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ۱۳۸۴.

5. Arenas.M, Bilbao.A, Rodriguez.M. **A fuzzy goal programming approach to portfolio selection**, European Journal of Operational Research, 133, 2001.
6. Bermudez.J.D, Segura.J.V, Vercher.E. **A fuzzy ranking strategy for portfolio selection applied to the Spanish stock market**, IEEE, Fuzzy Systems Conference, IEEE International, 2007.
7. Brockett.P, Charnes.A, Cooper.W, Kwon.K, Ruefli.T. **Chance constrained programming approach to empirical analysis of mutual fund investment strategies**, Decision Sciences, 23, 1992.
8. Celikyilmaz.A, Türksen.B. **Modeling Uncertainty with Fuzzy Logic**, Berlin, Springer, 2008.
9. Chen.H.H. **Stock selection using Data Envelopment Analysis**, Journal of Industrial Management & Data Systems, 108 (9), 2008.
10. Chow.K, Denning.K. **On variance and lower partial moment betas: The equivalence of systematic risk measures**, Journal of Business Finance and Accounting, 21, 1994.
11. Crama.Y, Schyns.M. **Simulated annealing for complex portfolio selection problems**, European Journal of Operational Research, 150, 2003.
12. Deng.X, Li.Z, Wang.S. **A minimax portfolio selection strategy with equilibrium**, European Journal of Operational Research, 166, 2005.
13. Ehrgott.M, Klamroth.K, Schwehm.C. **An MCDM approach to portfolio optimization**, European Journal of Operational Research, 155, 2004.
14. Gupta.P, Mehlawat.M, Saxena.A. **Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming**, Information Sciences, 178 (6), 2008.
15. Huang.X, **Portfolio selection with fuzzy returns**, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 18 (4), 2007.
16. Konno.H, Shirakawa.H, Yamazaki.H. **A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model**, Annals of Operations Research, 45, 1993.

17. Kraus.A, Litzenberger.R. **Skewness preference and the valuation of risky assets**, Journal of Finance, 21, 1976.
18. Kwang.H.L. **First Course on Fuzzy theory and applications**, Berlin, Springer, 2005.
19. Leon.T, Liern.V, Marco.P, Segura.J.V. **A downside risk approach for the portfolio selection problem with fuzzy returns**, Fuzzy economic review, 9, 2004.
20. Leung.M, Daouk.H, Chen.A. **Using investment portfolio return to combine forecasts: A multiobjective approach**, European Journal of Operational Research, 134, 2001.
21. Li.S. **An insurance and investment portfolio model using chance constrained programming**, Omega International Journal of Management Science, 23, 1995.
22. Li.X, Qin.Z, Kar.S. **Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy parameter**, European Journal of Operational Research, 2009.
23. Lin.C, Liu.Y. **Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots**, European Journal of Operational Research, 185, 2008.
24. Liu.S, Wang.S, Qiu.W. **A mean-variance-skewness model for portfolio selection with transaction costs**, International Journal of Systems Science, 34, 2003.
25. Markowitz.H. **Portfolio selection**, Journal of Finance, 7, 1952.
26. Markowitz.H. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**, New York, Wiley, 1959.
27. Speranza.M.G. **Linear programming model for portfolio optimization**, Journal of Finance, 14, 1993.
28. Walker.M.M, Hatfield.G.B. **Professional Stock Analysis, Recommendations: Implications for Individual Investors**, Financial Services Review, 5 (1), 1996.
29. Williams.J. **Maximizing the probability of achieving investment goals**, Journal of Portfolio Management, 24, 1997.
30. Xia.Y, Liu.B, Wang.S, Lai.K. **A model for portfolio selection with order of expected returns**, Computers and Operations Research, 27, 2000.
31. Yu.L, Wang.S, Lai.K. **Neural network-based mean-variance-skewness model for portfolio selection**, Computers & Operations Research, 35, 2008.