تاریخ دریافت: ۸۶/۱۱/۲۷
پذیرش نهایی: ۸۷/۲/۶

تلفیق دو مدل طبقه‌بندی ABC چند معیاره موجودی

دکتر عبدالحمید صفایی قادیکلائی[۱]
دکترمهرداد مدهوشی[۲]
منصور اسماعیل‌زاده[۳]

چکیده

تنوع روزافزون در تقاضا و سطح فعالیت‌ها، موسسات در سطح جهانی را وادار به تامین اقلام متنوعی از مواد اولیه و قطعات نیمه ساخته در انبارها نموده است. وجود این اقلام متنوع، مدیران را ناگزیر به اعمال روش‌های طبقه‌بندی و کنترل اقلام موجودی نموده است. طبقه‌بندی ABC از مشهورترین روش‌های طبقه‌بندی اقلام موجودی با هدف تنظیم درجه کنترل اقلام می‌باشد (جوونیر و ارل، ۱۹۹۸). جدیدترین مدل‌های طبقه‌بندی ABC را می توان در دو دسته کلی از هم تفکیک نمود. دسته اول مدل‌هائی هستند که رابطه تمام معیارها را با سطح عملکرد اقلام مثبت در نظر می‌گیرند (مدل بهینه‌سازی خطی موزون و مدل وان لانگ) دسته دوم مدل‌هائی هستند که هم رابطه مثبت و هم رابطه منفی برای معیارها با سطح عملکرد اقلام را لحاظ می‌کنند (مدل فان و ژوو). در مدل‌های دسته دوم هر چند مشکل مدل‌های دسته اول که در آن عملکرد بالای معیارهای کم اهمیت گاه می‌توانست در طبقه‌بندی اقلام تاثیر فریبنده‌ای ایجاد

۱- عضو هیئت علمی دانشگاه مازندران
۲- عضو هیئت علمی مازندران
۳- عضو هیئت علمی دانشگاه ولی‌عصر رفسنجانی

کند، بر طرف شد ولی خود این دسته مدل‌ها نیاز به یک بهینه‌ساز خطی دارند که محاسبات آن را طولانی می‌سازد. در مقاله حاضر با ترکیب دو دسته مدل یک روش دسته‌بندی پیشنهاد گردید که هم از سهولت محاسباتی مدل‌های دسته اول بهره گرفته و هم آن‌که با قبول رابطه مثبت و منفی معیارها با سطح عملکرد اقلام مانع از اثر انحرافی عملکرد بالا در معیارهای کم اهمیت می‌شود.

کلیدواژه‌ها: طبقه‌بندی چند معیاره موجودی، مدل بهینه‌سازی خطی موزون، مدل فان و ژوو، مدل وان لانگ

۱- مقدمه

تنوع قابل ملاحظه تقاضا و فعالیت‌های سطح شرکت، موسسات تولیدی را ناگزیر به تهیه اقلام متنوعی از مواد اولیه و محصولات تولیدی در انبارهای خود نموده است که این تنوع اقلام موجودی نیز شرکت‌ها را ناگزیر به طبقه‌بندی این اقلام و تدوین سیاست‌های موجودی اثربخش می‌کند. طبقه‌بندی ABC از مشهورترین روش‌های طبقه‌بندی اقلام موجودی است. هدف اصلی از طبقه‌بندی ABC، متمرکز کردن تلاش برای کنترل شدید اقلام طبقه A و کنترل آزاد اقلام طبقه C می‌باشد. (جوونیر و ارل، ۱۹۹۸)[1] در طبقه‌بندی کلاسیک (سنتی) اقلام بر اساس دو معیار (قیمت واحد و مصرف سالیانه) طبقه‌بندی می‌شدند (رامانـدان، ۲۰۰۶)[2] اما در روش ABC علاوه بر معیار ارزش مصرف سالیانه (قیمت ضربدر مصرف) معیارهای دیگری نیز وجود دارند که در مدیریت موجودی مهم هستند از جمله آنها می‌توان به زمان انتظار، از رده خارج شدن، در دسترس بودن، قابلیت جایگزینی، درجه بحرانی، قابلیت تعمیر، عمومیت داشتن، درجه اطمینان برای تامین، هزینه موجودی، میزان تقاضای سالیانه، کمیابی، قابلیت دوام، میزان سفارش، قابلیت ذخیره‌سازی و توزیع تقاضا اشاره کرد (فلورس و وای بارک، ۱۹۸۶، ولمان، ۱۹۹۲ و وان لانگ، ۲۰۰۷)[3].

نیاز به تنوع اقلام موجودی با افزایش مشتریانی که خواهان محصولات هستند افزایش می‌یابد از طرفی همان‌طور که گفته شد در موارد بسیاری معیارهای دیگری نیز وجود دارند که در مقایسه با ارزش مصرف سالیانه در تصمیم‌گیری یک قلم موجودی از اولویت بالاتری برخوردار می‌شوند. بنابراین در عمل واضح است که طبقه‌بندی سنتی ABC ممکن است نتواند یک طبقه‌بندی خوب از اقلام موجودی را فراهم کند (رامانادان، ۲۰۰۶). در این‌گونه موارد استفاده از روش‌های طبقه‌بندی چند معیاره موجودی ضروری می‌گردد.

1 -Guvenir & Erel (1998)
2 -Ramanathan (2006)
3 -Flores and Whybark (1986), Vollmann (1997) and Wan Lung (2007)

فلورس و وای بارک (۱۹۸۷) اولین کسانی هستند که طبقه‌بندی ABC چند معیاره را مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها یک روش ماتریسی را ارائه داده‌اند که ماتریس معیار مشترک[1] نامیده شده است. ماتریس معیار مشترک برای طبقه‌بندی‌های دو معیاره مناسب است و زمانی که معیارهای بیشتری مد نظر باشد استفاده از این متدلوژی نسبتاً مشکل است به علاوه وزن‌های معیارهای مختلف مساوی در نظر گرفته شده‌اند. با این وجود کار آنها بسیاری از محققان را برای معرفی روش‌های جدیدی جهت طبقه‌بندی ABC چند معیاره موجودی تشویق کرده است.

کوهن و ارنست (۱۹۸۸)[2] از یک تکنیک آماری به نام تحلیل خوشه‌ای[3] استفاده کردند مزیت اصلی این روش این است که می‌تواند خودش را با تعداد زیادی از ویژگی‌های ترکیبی که برای اهداف استراتژیکی و عملیاتی مهم هستند، وفق دهد. این روش نیاز به داده‌های واقعی، استفاده از تجزیه و تحلیل عاملی و یک رویه جمع‌آوری دارد. به علاوه گروههای اطلاعاتی جمع‌آوری شده برای طبقه‌بندی اقلام یک انبار جدید مجدداً باید ارزیابی شوند، بنابراین با ورود اقلام جدید به انبار، طبقه‌بندی‌های قبلی ممکن است تغییر پیدا کرده و روش کنترل به هم بریزد. این مدل ممکن است برای مدیران میانی موجودی خیلی پیچیده باشد.

فرآیند تجزیه و تحلیل سلسله مراتبی[4] که توسط توماس ال ساعتی[5] ارائه شده است در نوشته‌های بسیاری از نویسندگان طبقه‌بندی ABC آمده است. مزیت این روش آن است که در طبقه‌بندی موجودی‌ها بسیاری از معیارهای کمی و کیفی می‌توانند مشارکت یابند. مزیت‌های دیگر این روش شامل: استفاده آسان و حداقل کردن اشتباهات سیستمهای محاسبه‌ای و اندازه‌گیری است. روش AHP محدودیت‌هایی نیز دارد: یکی از مهم‌ترین آن‌ها این است که در مقایسه دو معیار با همدیگر و تعیین وزن‌ها تعداد زیادی معیارهای ذهنی در آن دخیل هستند.

پرتوی و بورتون (۱۹۹۳)[6] نیز یک روش چند معیاره برای طبقه‌بندی موجودی ارائه کردند. روش ارائه شده بر اساس فرایند تحلیل سلسله مراتبی ساعتی می‌باشد که در آن معیارهای اقلام هم به صورت کیفی و هم به صورت کمی در نظر گرفته شده‌اند.

جوونیر و ارل (۱۹۹۸) یک روش را برای رسم بردار وزنی در طول ارزش‌های بریده شده برای طبقه‌بندی چند معیاره موجودی ارائه دادند[7]. که در آن از الگوریتم ژنتیک برای بدست آوردن وزن‌های معیارها با توجه به نقاط جدا شده‌ی AB و BC استفاده می‌شود. بعد از بدست آوردن وزن‌های معیارها، نمره‌های اقلام، مشابه روش AHP محاسبه می‌شوند، سپس اقلام با

---

1 -joint criteria matrix
2 -Cohen and Ernst (1988)
3 -Cluster Analysis
4 -Analytical Hierarchy Process(AHP)
5 -Saaty
6 -Partovi and Burton (1993)
۷- روش ارائه شده Genetic Algorithms for Multi - criteria Inventory Classification (GAMIC) نامیده شد.

نمره‌های بیشتر از نقطه AB در طبقه A ، بین AB و BC در طبقه B و باقیمانده اقلام در طبقه C قرار می‌گیرند.

پونت (۲۰۰۲)[1] یک مدل فازی برای طبقه‌بندی اقلام تولیدی مختلف در یک شرکت را ارائه کرده است. این مدل با طبقه‌بندی کلاسیک پارتو (ABC) مقایسه شده است. از آنجائی که طبقه‌های بدست آمده با استفاده از روش کلاسیک بر اساس اطلاعاتی در مورد هزینه‌ها و تقاضای یک دوره گذشته می‌باشد، در این روش به اطلاعات فازی جدید در باره آینده نیز اجازه ورود به مدل داده می‌شود.

پرتوی و آناندراجان (۲۰۰۲)[2] شبکه‌های عصبی مصنوعی[3] را برای طبقه‌بندی موجودی ارائه دادند. آن‌ها دو روش را در مدل‌شان توسعه دادند که عبارتند از: ترویج برگشتی[4] و الگوریتم ژنتیک. اعتبار مدل‌های ارائه شده با توانائی طبقه‌بندی آنها بر روی دو مجموعه از داده‌ها آزمایش شده است. همچنین این روش‌ها با تجزیه و تحلیل ممیزی چند فاز[5] مقایسه شدند. نتایج نشان داد که این روش‌ها پیشگوئی‌های صحیح‌تری را نسبت به MDA دارند و همچنین تفاوت عمده‌ای بین دو روش توسعه داده شده وجود ندارد. ANNs دو مزیت عمده نسبت به تکنیک‌های قبلی دارد: اولا ANNs روابط غیر خطی و تعامل بین متغیرها را پیدا می‌کند، دوما نمونه‌های ارائه شده و برآوردهای تعیین شده از دقت ANN مستقل از فرضیات مختلف دربارهٔ توزیع متغیرها هستند. ANNs محدودیت‌هایی نیز دارد: اولاً تعداد متغیرهایی که می‌توانند در این مدل‌ها وارد شوند محدود هستند، ثانیاً بسیاری از متغیرهای کیفی با اهمیت و جدید ممکن است انسجام داخل مدل را دچار مشکل کند.

راماناندان (۲۰۰۶) مدل بهینه‌سازی خطی موزون را برای طبقه‌بندی چند معیاره موجودی ارائه کرده است. این مدل یک تابع هدف ماکزیمم‌سازی را برای مجموع بازده یک قلم موجودی در معیارهای مختلف مورد استفاده قرار می‌دهد. وزن‌ها با استفاده از این مدل برای محدودیت‌هایی که در آنها مجموع وزین محاسبه شده با استفاده از وزن‌های مشابه برای تمام اقلام کوچکتر یا مساوی یک است، بدست می‌آیند. در این مدل فرض بر این است که تمام معیارها رابطه‌ای مثبت با سطح اهمیت موجودی دارند. موقعی که مدل حل می‌شود یک نمرهٔ بهینهٔ موجودی را برای قلم بدست می‌دهد. برای بدست آوردن نمرهٔ بهینه برای دیگر موجودی‌ها، مدل به طور تکراری با تغییر دادن تابع هدف باید حل شود. سپس این نمره‌ها می‌توانند برای طبقه‌بندی اقلام موجودی مورد استفاده قرار گیرند. این مدل با طبقه‌بندی سنتی و AHP

1 -Puente (2002)
2 -Partovi & Anandarajan (2002)
3 -Artificial Neural Networks (ANNs)
4 -Back Propagation (BP)
5 -Multiple Discriminate Analysis (MDA)

مقایسه شده است، نتایج مدل برای حدود ۴۰٪ از اقلام با نتایج طبقه‌بندی دو روش دیگر مطابقت دارند.

درک آر- مدل[1] (مدل بهینه‌سازی خطی موزون رامانادان) ساده و آسان می‌باشد همچنین این مدل آنقدر انعطاف‌پذیر است که می‌تواند به آسانی اطلاعات تصمیم‌گیرنده‌ها را برای طبقه‌بندی موجودی یکپارچه کند. با وجود اینکه آر- مدل مزیت‌های زیادی دارد ولی باعث می‌شود که یک قلم که در یک معیار غیر مهم، عملکرد بالائی دارد به طور نامناسب در طبقه A قرار گیرد (فان و ژوو، ۲۰۰۷).

فان و ژوو (۲۰۰۷)[2] باتوسعه‌ی آر- مدل یک مدل جدید ارائه دادند که مدل‌شان یک شاخص جامع‌تر و منطقی‌تری را برای طبقه‌بندی ABC چند معیاره موجودی فراهم می‌کند. نمره‌های نهائی (نمره یکپارچه شده) بر اساس مطلوب‌ترین و نامطلوب‌ترین وزن‌ها برای هر قلم بدست می‌آیند. که به ترتیب "شاخص مثبت" و "شاخص منفی" برای طبقه‌بندی چند معیاره موجودی نامیده شده‌اند. شاخص منفی یک روش طبقه‌بندی اضافی را برای اقلامی که با شاخص مثبت غیر قابل مقایسه‌اند، فراهم می‌کند.

وان لانگ (۲۰۰۷)[3] یک مدل برای طبقه‌بندی ABC چند معیار موجودی ارائه داده است. در این مدل ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی خطی فرموله شده است. سپس یک تغییر جهت ساده کردن مکانیزم حل بکار برده شده است. نمره کل می‌تواند به آسانی با بعضی محاسبات ساده بدون بهینه‌ساز خطی بدست آید. این مدل می‌تواند توسط مدیران موجودی که کمترین دانش را در بهینه‌سازی دارند، مورد استفاده قرار گیرد.

رضائی (۲۰۰۷)[4] یک مدل فازی برای طبقه‌بندی چند معیاره موجودی ارائه کرده است که در آن از تئوری مجموعه‌ی فازی و AHP فازی استفاده شده است. در این روش اول معیارهای مرتبط را انتخاب می‌کنیم سپس اوزان معیارها را با استفاده از AHP فازی تعیین می‌کنیم. در مرحله بعد یک نمره برای هر قلم با توجه به هر معیار به عنوان عدد فازی مثلثی[5] در نظر گرفته می‌شود و نمره‌ی نهائی برای هر قلم با استفاده از تئوری مجموعه‌ی فازی محاسبه می‌شود. سرانجام با استفاده از اصل مقایسه اعداد فازی نمره‌های نهائی با یکدیگر مقایسه می‌شوند. سپس تمام اقلام در سه طبقه طبق نمره‌های نهائی‌شان قرار می‌گیرند. روش ارائه شده برای یک شرکت تولیدی کاشی واقع شده در ایران بکار برده شده است. در بخش‌های بعدی ابتدا مدل‌های طبقه‌بندی ABC چند معیاره موجودی را معرفی می‌کنیم و پس از توسعه مدل پیشنهادی، مقاله را با خلاصه‌ای از نتایج و پیشنهادات خاتمه می‌دهیم.

---

1 -R-Model
2 -Fan & Zhou (2007)
3 -Wan Lung (2007)
4 -Rezaei (2007)
5 -Triangular Fuzzy Number(TFN)

۲- مدل‌های طبقه‌بندی ABC چند معیاره موجودی

در این بخش سه مدل طبقه‌بندی چند معیاره موجودی به نامهای مدل **بهینه‌سازی خطی موزون**، مدل **فان و ژوو** و مدل **وان لانگ** معرفی می‌شود. مدل پیشنهادی بر اساس این سه مدل و جهت رفع مشکلات مربوط به آنها توسعه داده شده است.

۲-۱- مدل بهینه‌سازی خطی موزون

فرض کنید که M قلم موجودی داریم می‌خواهیم این اقلام را بر اساس N معیار طبقه‌بندی کنیم. بازده قلم i را بر حسب هر معیار با y_{in} نشان می‌دهیم. همچنین فرض کنید که تمام معیارها با سطح اهمیت اقلام رابطهٔ مثبت دارند یعنی قلمی که نمرهٔ بیشتری در این معیارها داشته باشد شانس بیشتری برای قرار گرفتن در طبقهٔ A را دارد. با این مفروضات مدل بهینه‌سازی خطی موزون در زیر آمده است:

$$Max \sum_{n=1}^{n} w_{in} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{n} w_{in} y_{mn} \le 1, m = 1,2,...,M$$

$$w_{in} \ge 0,$$

$$n = 1,2...,N.$$

w_{in} نشان‌دهنده وزن قلم i در معیار n می‌باشد. این مدل به جای وزن‌دهی ذهنی یک روش عینی برای طبقه‌بندی ABC چند معیاره موجودی فراهم می‌کند. زمانی که مدل حل می‌شود، یک نمرهٔ بهینهٔ موجودی را برای قلم i بدست می‌دهد. برای بدست آوردن نمره‌های بهینه‌ی دیگر اقلام موجودی، مدل به طور تکراری با تغییر دادن تابع هدف باید حل شود. سپس این نمره‌ها می‌توانند برای طبقه‌بندی اقلام موجودی مورد استفاده قرار گیرند.

۲-۲- مدل فان و ژوو

در آر- مدل اگر یک قلم در میان دیگر اقلام بازده بالائی در یک معیار معین داشته باشد، این قلم همیشه یک نمره بالائی را بدست خواهد آورد حتی اگر آن بازده‌های خیلی پائینی در معیارهای دیگر داشته باشد. این ممکن است منجر به موقعیتی شود که یک قلم با بازده بالا در یک معیار غیر مهم و بازده پائین در دیگر معیارهای مهم به طور نامناسب در طبقه A قرار بگیرد که این، موقعیت واقعی این قلم موجودی را تعیین نمی‌کند. برای رفع این نقطه ضعف، آر- مدل را توسعه داده و یک مدل بهینه‌سازی خطی موزون مشابه آر- مدل را ارائه می‌دهیم:

فرض کنید که M قلم موجودی داریم و می‌خواهیم این اقلام را بر اساس N معیار طبقه‌بندی کنیم. بازده قلم i را بر حسب هر معیار با y_{in} نشان می‌دهیم.
بنابراین داریم:

$$gI_i = Max \sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{in}$$
$$s.t.$$
$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \le 1, m = 1,2,...,M$$
$$w_{in} \ge 0, n = 1,2,...,N$$

و

$$bI_i = Min \sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{in}$$
$$s.t.$$
$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \ge 1, m = 1,2,...,M$$
$$w_{in} \ge 0, n = 1,2,...,N$$

w_{in} نشان‌دهنده وزن قلم i در معیار n می‌باشد. gI_i و bI_i به ترتیب "شاخص مثبت" و "شاخص منفی" برای طبقه‌بندی چند معیاره موجودی می‌نامیم. شاخص منفی bI_i یک روش طبقه‌بندی اضافی را برای اقلامی که با شاخص مثبت gI_i غیر قابل مقایسه‌اند، فراهم می‌کند. به علاوه ما می‌توانیم با ترکیب دو شاخص، یک شاخص مختلط به صورت زیر بسازیم:

$$nI_i(\lambda) = \lambda \times \frac{gI_i - gI_i^-}{gI_i^* - gI_i^-} \oplus (1-\lambda) \times \frac{bI_i - bI_i^-}{bI_i^* - bI_i^-}$$

بطوریکه

$$gI_i^* = Max\{gI_i, i = 1,2,...,M\}, gI_i^- = Min\{gI_i, i = 1,2,...,M\},$$
$$bI_i^* = Max\{bI_i, i = 1,2,...,M\}, bI_i^- = Min\{bI_i, i = 1,2,...,M\},$$
$$0 \le \lambda \le 1$$

λ یک پارامتر کنترل برای ترجیح تصمیم‌گیرنده در انتخاب شاخص‌های منفی و یا مثبت می‌باشد. اگر λ برابر ۱ باشد nI_i نوع نرمال شده‌ی شاخص مثبت gI_i خواهد بود. اگر λ برابر صفر باشد nI_i نوع نرمال شده شاخص منفی bI_i خواهد بود. اگر مدیران موجودی ترجیح قوی نداشته باشند، $\lambda = 0.5$ یک انتخاب عادلانه و منطقی خواهد بود.

۲-۳- مدل وان لانگ

فرض کنید که M قلم موجودی داریم می‌خواهیم این اقلام را بر اساس N معیار طبقه‌بندی کنیم بازده قلم M در معیار N با y_{mn} نشان داده می‌شود. همچنین فرض می‌کنیم که همه معیارها رابطه مثبت با سطح اهمیت موجودی دارند. در این مدل تمام معیارها را طوری در نظر می‌گیریم که قابل مقایسه باشند. برای تبدیل بازده اقلام در مقیاس صفر تا یک از فرمول زیر استفاده می‌شود.

$$\frac{y_{mn}-\min_{m=1,2,...,M}\{y_{mn}\}}{\max_{m=1.2.....M}\{y_{mn}\}-\min_{m=1,2,...,M}\{y_{mn}\}}$$

در این مدل به اولویت‌بندی معیارها توسط تصمیم‌گیرنده نیز نیاز داریم. یک وزن غیر منفی w_{mn} تعریف می‌کنیم که وزن بازده قلم M در معیار N می‌باشد.

فرض می‌کنیم که معیارها برای تمام اقلام به صورت نزولی مرتب شده است یعنی:

$w_{m1} \geq w_{m2} \geq ... \geq w_{mn}$

نمره قلم M (با S_m نشان داده شده) به عنوان مجموع موزون اندازه‌های عملکرد قلم با چندین معیار بیان می‌شود. یک مدل بهینه‌سازی خطی موزون برای قلم M در روبرو نشان داده شده است:

$$(P_1) = MaxS_m = \sum_{n=1}^{N} w_{mn} y_{mn}$$

$s.t.$

$$(2) = \sum_{n=1}^{N} w_{mn} = 1$$

$$(3) = w_{mn} - w_{m(n+1)} \geq 0, n = 1,2,...,(N-1)$$

$$(4) = w_{mn} \geq 0, n = 1,2,...,N$$

محدودیت ۲ یک محدودیت نرمال شده است. محدودیت ۳ در واقع تضمین توالی درجه‌بندی معیارها می‌باشد. یعنی: $w_{m1} \geq w_{m2} \geq ... \geq w_{mn}$ این مدل نیز همانند مدل DEA وزن‌ها را به طور وابسته بدست می‌دهد زمانی که مدل برنامه‌ریزی خطی برای هر قلم حل می‌شود، نمره و ارزش وزن‌ها خود بخود بدست می‌آید. بنابراین هیچ نیازی به ارزش وزنی از قبل تعیین شده نداریم. همانطور که ملاحظه می‌کنید هیچ تابع پارامتریکی، قبل از نمره‌دهی تعریف نشده است، بنابراین مدل در مفهوم یک مدل غیر پارامتریک می‌باشد.

مدل فوق برای هر قلم موجودی یک مدل برنامه‌ریزی خطی حل می‌کند. به هر حال این عمل نیاز به یک بهینه‌ساز خطی قابل دسترس برای تصمیم‌گیرنده دارد. به همین دلیل یک تغییر برای ساده کردن مدل اتخاذ می‌کنیم. مدل ساده شده می‌تواند به آسانی بدون بهینه‌ساز خطی حل شود. پس از اعمال تغییرات و ساده کردن، مدل P_1 بصورت زیر در خواهد آمد. (اثبات را در ضمیمه۱ ملاحظه کنید)

$$(P_2) = MaxS_m = \sum_{n=1}^{N} u_{mn} x_{mn}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} n u_{mn} = 1$$

$$u_{mn} \geq 0, n = 1,2,...,N.$$

مدل جدید P2 یک نوع برنامه‌ریزی خطی در شکل کنونیکال با یک محدودیت مساوی است. این مدل دال بر این است که تنها یک جواب غیر صفر برای u_{mn} وجود دارد و بقیه u_{mn}ها صفر خواهند بود (زیرا یک محدودیت داریم و تعداد متغیرهای اساسی برابر با تعداد محدودیت‌هاست). به علاوه تنها متغیر تصمیم غیر صفر $u_{mn} \geq 0$ باید مساوی با $\frac{1}{n}$ باشد.

بنابراین نمره S_m هر قلم موجودی می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$Max_{n=1,2,...,N} = (\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} y_{mk})$$

برای بدست آوردن نمره هر قلم مراحل زیر انجام می‌گیرد:

مرحله ۱- تمام میانگین‌های جزئی را با استفاده از فرمول زیرمحاسبه کنید.

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_{mk}, n = 1,2,...,N.$$

مرحله ۲- میانگین‌ها را مقایسه و ماکزیمم آنها را انتخاب کنید. این مقدار نشان‌دهنده‌ی نمره قلم M می‌باشد.

مرحله ۳- نمره‌های S_m را به طور نزولی مرتب کنید.

مرحله ۴- اقلام موجودی را با استفاده از اصل تحلیل ABC گروه‌بندی کنید.

فرآیند هیچ نیازی به بهینه‌ساز خطی ندارد و برای گروه‌های وسیعی از اقلام که توسط مدیران فاقد آموزش تخصصی کنترل می‌شوند، به آسانی قابل اجرا است. لازم به ذکر است که در صورت تغییر رتبه‌بندی معیارها توسط تصمیم‌گیرنده، حساسیت تغییر برای نمره یک قلم موجودی می‌تواند با بررسی موقعیت حداکثر میانگین‌های جزئی صورت گیرد.

۳- مدل پیشنهادی

مدل وان لانگ نیز همانند آر- مدل رابطه‌ی تمام معیارها را با سطح عملکرد اقلام مثبت در نظر گرفته است این امر باعث می‌شود قلمی که در یک معیار با اهمیت کم، عملکرد بالائی دارد به طور نامناسب در طبقه A قرار گیرد، ولی مدل فان و ژوو این نقطه ضعف را ندارد. در اینجا با تلفیق دو مدل وان لانگ و فان و ژوو دو روش جهت رفع این نقطه ضعف ارائه شده است. در مدل پیشنهادی، بطور جایگزین برای بدست آوردن شاخص‌های منفی و مثبت از هر دو مدل وان لانگ و فان و ژوو استفاده شده است.

۳-۱- بدست آوردن شاخص‌های منفی از مدل فان و ژوو و شاخص‌های مثبت از مدل وان لانگ

فرض کنید که M قلم موجودی داریم و می‌خواهیم این اقلام را بر اساس N معیار طبقه‌بندی کنیم بازده قلم Mدر معیارN با y_{mn} نشان داده می‌شود. همچنین فرض می‌کنیم که همه معیارها رابطه مثبت با سطح اهمیت موجودی دارند. در این مدل تمام معیارها را طوری در نظر می‌گیریم که قابل مقایسه باشند. برای تبدیل بازده اقلام در مقیاس صفر تا یک از فرمول زیر استفاده می‌شود همچنین ما نیاز داریم که تصمیم گیرنده معیارها را اولویت‌بندی کند.

$$\frac{y_{mn}-\min_{m=1,2,...M}\{y_{mn}\}}{\max_{m=1.2.....M}\{y_{mn}\}-\min_{m=1,2,...,M}\{y_{mn}\}}$$

در این مدل پیشنهادی برای بدست آوردن شاخص‌های منفی از مدل فان و ژوو و برای بدست آوردن شاخص‌های مثبت از مدل وان لانگ استفاده می‌کنیم، سپس با ترکیب این دو شاخص نمره نهائی هر قلم را محاسبه می‌کنیم، شاخص منفی bI_m یک روش طبقه‌بندی اضافی را برای اقلامی که با شاخص مثبت gI_{mn} غیر قابل مقایسه‌اند، فراهم می‌کند.

فرمول ترکیب کردن دو شاخص منفی و مثبت مدل پیشنهادی نیز در مقایسه با فرمول ترکیب کردن دو شاخص منفی و مثبت مدل فان و ژوو یک تغییر جزئی خواهد کرد و آن بدین دلیل است که برای هر قلم به تعداد N عدد شاخص مثبت خواهیم داشت ولی شاخص‌های منفی برای هر قلم به تعداد ۱ عدد خواهد بود (در مرحله ۴ بیشتر توضیح داده شده است).

$$gI_{mn} = MaxS_m = \sum_{n=1}^{N} w_{mn} y_{mn}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{mn} = 1$$

$$w_{mn} - w_{m(n+1)} \geq 0, n = 1,2,...,(N-1)$$

$$w_{mn} \geq 0, n = 1,2,...,N$$

$$bI_m = Min \sum_{n=1}^{N} w_{in}^{b} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \geq 1, m = 1,2,...,M$$

$$w_{in}^{b} \geq 0, n = 1,2,...,N$$

(۹)

پس از اعمال تغییرات جهت ساده کردن، مدل gI_{mn} بصورت زیر در خواهد آمد. (شاخص منفی bI_m بدون تغییر می ماند)

$$gI_{mn} = MaxS_m = \sum_{n=1}^{N} u_{mn} x_{mn}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} nu_{mn} = 1$$

$$u_{mn} \geq 0, n = 1,2,..., N.$$

و

$$bI_m = Min \sum_{n=1}^{N} w_{in}^{b} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \geq 1, m = 1,2,..., M$$

$$w_{in}^{b} \geq 0, n = 1,2,..., N$$

و در انتها خواهیم داشت:

$$gI_{mn} = \max_{n=1,2,...,N} = (\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} y_{mk})$$

و

$$bI_m = Min \sum_{n=1}^{N} w_{in}^{b} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in}^{b} y_{mn} \geq 1, m = 1,2,..., M$$

$$w_{in}^{b} \geq 0, n = 1,2,..., N$$

برای بدست آوردن نمره بهینه‌ی هر قلم موجودی مراحل زیر باید انجام گیرد:

مرحله ۱- تمام میانگین‌های جزئی gI_{mn} را با استفاده از فرمول زیرمحاسبه کنید.

$$gI_{mn} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_{mk}, n = 1,2,..., N.$$

مرحله ۲- میانگین‌های جزئی gI_{mn} را مقایسه و ماکزیمم آنها را انتخاب کرده و در یک ستون جداگانه بنویسید.

مرحله۳- تمام میانگین‌های جزئی bI_mرا از مدل زیر محاسبه کنید و در یک ستون جداگانه بنویسید.

$$bI_m = Min \sum_{n=1}^{N} w_{in}^{b} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in}^{b} y_{mn} \geq 1, m = 1,2,..., M$$

$$w_{in}^{b} \geq 0, n = 1,2,..., N$$

مرحله ۴- با استفاده از فرمول زیر نمره ی بهینه هر قلم را بدست آورید.

$$nI_m(\lambda) = \lambda \times \frac{gI_{mn} - gI_{mn}^{-}}{gI_{mn}^{*} - gI_{mn}^{-}} \oplus (1-\lambda) \times \frac{bI_m - bI_m^{-}}{bI_m^{*} - bI_m^{-}}$$

بطوریکه

$gI_{mn}^{*} = Max \max\{gI_{mn}, i = 1,2,...,M\}, gI_{mn}^{-} = Min \max\{gI_{mn}, i = 1,2,...,M\},$

$bI_m^{*} = Max\{bI_m, i = 1,2,...,M\}, bI_m^{-} = Min\{bI_m, i = 1,2,...,M\},$

$0 \le \lambda \le 1$

λ یک پارامتر کنترل برای ترجیح تصمیم‌گیرنده در انتخاب شاخصهای منفی و یا مثبت می‌باشد. اگر λ برابر ۱ باشد nI_m نوع نرمال شده‌ی شاخص مثبت gI_{mn} خواهد بود. اگر λ برابر صفر باشد nI_m نوع نرمال شده شاخص منفی bI_m خواهد بود. برای دیگر موارد مدل یک توافق بین دو شاخص را می‌سازد. اگر مدیران موجودی ترجیح قوی نداشته باشند، $\lambda = 0.5$ یک انتخاب عادلانه و منطقی خواهد بود.

bI_m برای هر قلم به تعداد ۱ عدد می‌باشد ولی gI_{mn} برای هر قلم به تعداد N عدد می‌باشد که طبق رابطه‌ی مربوط به محاسبه‌ی gI_{mn} برای بدست آوردن نمره‌ی یکپارچه شده‌ی آنها باید Max آنها انتخاب شود از طرفی برای وارد کردن gI_{mn} در فرمول مرحله ۴ مدل مجدداً باید از بین نمره‌های یکپارچه شده، Max وMin آنها را انتخاب کرد. به همین دلیل gI^{*}_{mn} و gI^{-}_{mn} به ترتیب Max max و Min max، gI_{mn} ها در نظر گرفته شده‌اند.

مرحله ۵– نمره‌های حاصل از مرحله ۴ را به صورت نزولی مرتب کنید.

مرحله ۶– اقلام موجودی را با استفاده از اصل تحلیل ABC گروه‌بندی کنید.

۳-۲- بدست آوردن شاخص‌های منفی از مدل وان لانگ و شاخص‌های مثبت از مدل فان و ژوو

حالت دیگری که می‌توان در نظر گرفت این است که برای بدست آوردن شاخص منفی از مدل وان لانگ و برای بدست آوردن شاخص مثبت از مدل فان و ژوو استفاده کرد، (دقت شود با توجه به اینکه در بدست آوردن شاخص‌های منفی هدف مدل می‌نیمم می‌باشد اولویت‌بندی معیارها نیز معکوس می‌شود به همین دلیل محدودیت دوم در مدل شاخص منفی به صورت کوچکتر یا مساوی در نظر گرفته شده است) بنابراین با توجه به مفروضات داده شده در روش ۵-۱، در این مدل شاخص‌های منفی و مثبت به صورت زیر می‌باشند:

$$bI_{mn} = MinS_m = \sum_{n=1}^{N} w_{mn} y_{mn}$$

$$gI_i = Max \sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \le 1, m = 1,2,...,M$$

$$w_{in} \ge 0, n = 1,2,...,N$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{mn} = 1$$

$$w_{mn} - w_{m(n+1)} \le 0$$

$$w_{mn} \ge 0, n = 1,2,...,N.$$

پس از اعمال تغییرات با تغییر متغیر $u_{mn} = w_{mn} - w_{m(n+1)}$ روی مدل bI_{mn} شاخص‌های منفی و مثبت بصورت زیر در خواهند آمد:

$$bI_{mn} = MinS_m = \sum_{n=1}^{N} u_{mn} x_{mn}$$

$$gI_i = Max \sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} nu_{mn} = 1$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \le 1, m = 1,2,...,M$$

$$w_{in} \ge 0, n = 1,2,...,N$$

$$u_{mn} \ge 0, n = 1,2,...,N.$$

و در انتها خواهیم داشت:

$$bI_{mn} = Min_{n=1,2,...,N} = (\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} y_{mk})$$

$$gI_i = Max \sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{in}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{n=1}^{N} w_{in} y_{mn} \le 1, m = 1,2,...,M$$

$$w_{in} \ge 0, n = 1,2,...,N$$

نکته‌ای که در این مدل باید به آن توجه داشت این است که مولفه‌های موجود در فرمول ترکیب کردن دو شاخص نیز بصورت زیر تغییر خواهد کرد:

$$gI_{mn}^{*} = Max \{gI_{mn}, i = 1,2,...,M\}, gI_{mn}^{-} = Min \{gI_{mn}, i = 1,2,...,M\},$$

$$bI_m^{*} = Max \min \{bI_m, i = 1,2,...,M\}, bI_m^{-} = Min \min \{bI_m, i = 1,2,...,M\},$$

$$0 \le \lambda \le 1$$

زیرا gI_m برای هر قلم به تعداد ۱ عدد می‌باشد ولی bI_{mn} برای هر قلم به تعداد N عدد می‌باشد که طبق رابطه‌ی مربوط به محاسبه‌ی bI_{mn} برای بدست آوردن نمره‌ی یکپارچه شده‌ی

آنها باید Min آنها انتخاب شود از طرفی برای وارد کردن gI_{mn} در فرمول ترکیب کردن دو شاخص مجدداً باید از بین نمره‌های یکپارچه شده، Max و Min آنها را انتخاب کرد. به همین دلیل bI^{*}_{mn} و bI^{-}_{mn} به ترتیب Max min و Min min ، bI_{mn}ها در نظر گرفته شده‌اند.

برای بدست آوردن نمره‌ی بهینه‌ی هر قلم همان مراحل مدل پیشنهادی ۲ را انجام می‌دهیم با این تفاوت که شاخص مثبت هر قلم از مدل مربوط به شاخص مثبت در مدل فان و ژوو بدست می‌آید. همچنین فرمول ترکیب کردن دو شاخص در مرحله ۴ نیز تغییر کرده است.

٤- آزمون مدل با استفاده از مثال

مدل پیشنهادی را با در نظر گرفتن سه معیار مصرف سالیانه، میانگین هزینه واحد و زمان تاخیر بر روی ۴۷ قلم موجودی آزمایش کرده‌ایم، ۴۷ قلم موجودی و اندازه عملکردشان با معیارهای ملاحظه شده در جدول ۱ نشان داده شده است. در آر- مدل یک معیار اضافه‌تر (درجه بحرانی: ۰/۵، ۰/۰۱، ۱ برای بحرانی متوسط، غیر بحرانی و خیلی بحرانی) در نظر گرفته شده است. از آنجائی که اندازه این معیار یک داده قطعی و ناپیوسته است به نظر می‌رسد که برنامه‌ریزی خطی برای آن مناسب نباشد. در مقایسه، این معیار را ملاحظه نمی‌کنیم. تصمیم‌گیرنده معیارها را به صورت مصرف سالیانه، میانگین هزینه واحد و زمان تاخیر اولویت‌بندی کرده است. جدول ۱ همچنین حداکثر و حداقل اندازه‌ها را با هر معیار مطابق با اندازه‌های تغییر داده شده در مقیاس ۰ تا ۱ را نشان می‌دهد. مرحله بعد محاسبه‌ی میانگین‌های جزئی اندازه‌های تغییر شکل یافته‌ی هر قلم و پیدا کردن حداکثر و حداقل میانگین جزئی هر قلم می‌باشد. جدول ۲ میانگین‌های جزئی محاسبه شده و حداکثر و حداقل آنها را نشان می‌دهد.

سرانجام فرمول ترکیب کردن حداکثرو حداقل نمره‌های بدست آمده را با $\lambda = 0.5$ بکار بردیم و بدین ترتیب شاخص‌های منفی و مثبت را ترکیب کردیم تا نمره‌ی نهائی هر قلم بدست آید سپس این نمره‌ها را به صورت نزولی مرتب کرده و طبقه‌بندی موجودی بر اساس اصل سنتی ABC انجام شده است. برای مقایسه، ما توزیع ۱۰ قلم در طبقه A، ۱۴ قلم در طبقه B و ۲۳ قلم در طبقه C را در نظر می‌گیریم. جدول ۳ طبقه‌بندی را بر اساس مدل پیشنهادی نشان می‌دهد. طبقه‌بندی با استفاده از روش‌های تحلیل سنتی ABC ، آر- مدل، مدل طبقه‌بندی فان و ژوو و مدل وان لانگ با سه معیار ذکر شده نیز در جدول ۳ آمده است.

در جدول ۴ مقایسه‌ی عددی اقلام طبقه‌های مختلف در روش‌های مختلف آمده است. توضیح اینکه اعداد داخل جدول ۴ نشان‌دهنده‌ی تعداد اقلام سه طبقه است که دو روش مورد مقایسه در سطر و ستون مربوطه با هم اختلاف نظر دارند به عنوان مثال اعداد (۱، ۵، ۲) نشاندهنده‌ی این است که روش پیشنهادی۱ با روش پیشنهادی ۲ در اقلام طبقه‌های A، B و C به ترتیب در ۱، ۵ و ۲ قلم اختلاف نظر دارند. به عبارت دیگر روش پیشنهادی ۲، ۱ قلم از