

ارائه الگوریتم تکاملی چند هدفه برای سیستم‌های موجودی احتمالی با مرور دائم

سهیلا خویشتن دار *

فرهاد فرزد **

مصطفی زندیه ***

چکیده

سیستم‌های کنترل موجودی مختلف تلاش می‌کنند، زمان و مقدار سفارش را به گونه‌ای تعیین نمایند که با کمترین هزینه، بیشترین سطح خدمت به مشتری فراهم گردد. سیستم موجودی احتمالی مرور دائم این مقاله، سه هدف مربوط به هزینه و کمبود را کمینه‌سازی می‌نماید. در این مدل بر خلاف مدل‌های سنتی موجودی، سطح خدمت به مشتری، به شکل هزینه کمبود، وارد تابع هدف نمی‌شود بلکه تعداد دفعات کمبود و میزان کمبودهای سالانه به طور مستقل به عنوان اهداف کمینه‌سازی مطرح می‌گردند. به منظور یافتن مجموعه جواب‌های بهینه پارتو، از الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه استفاده شده است. ابتدا الگوریتم‌های NSGA-II, MOGA, VEGA, RWGA طراحی گردیدند و سپس بهبودهایی در مکانیزم‌های الگوریتم NSGA-II ایجاد شد و الگوریتم R-NSGA-II طراحی گردید. سپس این الگوریتم‌ها، با معیارهایی همچون پوشش مجموعه و فاصله‌گذاری با یکدیگر مقایسه شده و الگوریتم برتر در هر معیار مشخص گردید. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم R-NSGA-II در بیشتر معیارها نمرات خوبی کسب نموده است. در پایان جواب‌های آرشیو پارتو با استفاده از روش معیار عمومی، رتبه بندی شدند.

واژگان کلیدی: برنامه‌ریزی و کنترل موجودی، بهینه‌یابی چند هدفه، الگوریتم‌های تکاملی

* کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران (مسئول مکاتبات) E.Mail: skhishtandar@gmail.com

** استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

*** استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

مقدمه

موجودی‌ها در سازمان‌ها به اشکال گوناگون، از قبیل مواد اولیه، کالاها یا قطعات در جریان ساخت، کالای ساخته شده و... وجود دارند. نگهداری موجودی‌ها در هر یک از این اشکال، باید از لحاظ اقتصادی قابل توجیه باشد. نگهداری موجودی از طرفی باعث صرفه جویی در مقیاس، صرفه جویی در هزینه‌های سفارش دهی و انعطاف پذیری در مواجهه با تقاضاهای پیش بینی نشده می‌گردد. و از طرف دیگر نگهداری هر واحد کالای اضافی در انبار مستلزم صرف هزینه‌هایی، همچون هزینه سرمایه، هزینه افت کالا، هزینه انبار و... می‌باشد [۱]، بنابراین کنترل موجودی، فعالیتی مهم در هر سازمان محسوب می‌شود. مدل‌های سنتی موجودی، چندین معیار مختلف هزینه‌ای و الزامات خدماتی را در یک هدف جمع می‌کنند. مثلاً تابع هدف مدل مقدار سفارش اقتصادی با فرض مجاز بودن کمبود، حداقل نمودن مجموع هزینه‌های نگهداری، سفارش دهی و کمبود موجودی است. در این مدل‌های چند معیاره، بهینه‌ساز برای دستیابی هم‌زمان به کمترین هزینه نگهداری و سفارش دهی و همچنین بالاترین سطح خدمت به مشتری، با یک تابع بهینه‌یابی عمل می‌نماید، یعنی هدف افزایش خدمت دهی به مشتریان را به شکل هزینه کمبود بیان می‌کند تا بتوان آن را با سایر هزینه‌های موجودی جمع کرده و کمینه‌سازی نمود. مشکل عمده در این مدل‌ها تخمین هزینه کمبود موجودی است. از آنجا که هزینه کمبود هر واحد موجودی را نمی‌توان با مراجعه به اسناد هزینه و حسابداری شرکت به دست آورد [۲]، این هزینه ماهیتی تخمینی پیدا می‌کند و استفاده از آن دقت و علمی بودن مدل را مخدوش می‌کند. برای حل این مشکل مدل‌های موجودی چند هدفه مطرح گردیدند که در آنها بدون نیاز به تخمین هزینه کمبود، با تعریف اهداف جداگانه‌ای سطح خدمت به مشتری حداکثر می‌گردد.

علاوه بر مدل سازی کنترل موجودی چند هدفه، چالش دیگر، یافتن تصمیم بهینه‌ای است که پاسخگوی اهداف گوناگون باشد. تکنیک‌های سنتی بهینه‌یابی چند هدفه که از طریق رتبه بندی اهداف، یا بهینه‌یابی یک هدف و در نظر گرفتن سایر اهداف به عنوان محدودیت سعی در حل این گونه مسائل دارند، اغلب جواب‌های

رضایت بخشی ارائه نمی‌دهند و در مواردی که فضای هدف غیر محدب است نمی‌توانند جواب‌های بهینه پارتو را بیابند. بنابراین بهتر است در حل اینگونه مسائل از الگوریتم‌های تکاملی استفاده نمود، که در بهینه‌یابی مسائل چند هدفه کارایی خود را به اثبات رسانده‌اند [۳].

پیشینه تحقیق

در حالی که در دنیای واقعی نیازمند بهینه‌سازی هم‌زمان چندین هدف و دستیابی به چندین معیار متضاد هستیم، معمولاً برای پیدا کردن جواب‌های مسائل چند هدفه، از ترکیب اهداف برای بهینه‌یابی استفاده می‌شود. در حالی که این گونه مسائل باید به صورت چند هدفه مورد بررسی قرار گیرند [۴]. بر خلاف بهینه‌یابی تک هدفه که در آن جواب بهینه واحد جستجو می‌شود، در مسائل چند هدفه، به دلیل تبادل بین اهداف متضاد جواب بهینه واحدی وجود ندارد و باید چندین جواب بهینه که مجموعه غیر مغلوب نامیده می‌شود را جستجو نمود [۵].

روش‌های بهینه‌یابی چند هدفه عموماً به دو دسته روش‌های کلاسیک و الگوریتم‌های تکاملی طبقه‌بندی می‌شوند. الگوریتم‌های جستجو و بهینه‌یابی که از یک جواب واحد استفاده کرده و در هر تکرار آن را بهنگام می‌نمایند و از قاعده‌ای مشخص برای تبدیل استفاده می‌نمایند روش‌های کلاسیک می‌نامند. روش‌های مجموع وزنی و برنامه‌ریزی آرمانی از این جمله‌اند. روش‌های کلاسیک درهم‌گرایی به جواب بهینه به جواب ابتدایی وابسته‌اند و تمایل به چسبندگی به یک جواب زیر بهینه دارند. همچنین در مسائلی که فضای جستجو گسسته است، این روش‌ها فاقد کارایی‌اند. از این رو الگوریتم‌های تکاملی که می‌توانند برخی از مشکلات روش‌های کلاسیک را بر طرف نمایند، به طور فزاینده‌ای جانشین این روش‌ها در حل مسائل عملی شده‌اند. الگوریتم‌های تکاملی، از اصول تکامل طبیعی برای جستجوی جواب بهینه تقلید می‌کنند و دارای دو عملیات مشخص انتخاب و جستجو هستند. این الگوریتم‌ها از اصول معینی استفاده نمی‌کنند و ساختار خاصی در حل یک مسئله ندارند [۵]. هنگامی که پیچیدگی مسئله مانع به کارگیری روش‌های دقیق برای پیدا

نمودن تقریب مجموعه پارتو شده باشد، الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه اهمیت می‌یابند. از آنجا که این الگوریتم‌ها کمترین وابستگی را به شکل و فرمول بندی مسأله دارند، می‌توان به راحتی اهدافی را اضافه، حذف یا اصلاح نمود. به علاوه، این الگوریتم‌ها با جمعیتی از جواب‌ها کار می‌کنند، بنابراین می‌توانند مجموعه پارتو را به خوبی تقریب بزنند [۶].

کنترل موجودی چند هدفه موضوع بسیاری از مطالعات در طی چند دهه گذشته بوده است. پادمانابهان و وارت [۷] مسأله موجودی چند هدفه کالاهای فاسد شدنی با محدودیت منابع را مطرح نموده و با روش برنامه ریزی آرمانی غیر خطی حل نمودند. اگرل [۸] یک مدل موجودی چند معیاره ارائه نمود که در آن معیار خدمت دهی به صورت موقعیت‌های کمبود بیان گردیده تا نیازی به تخمین هزینه کمبود وجود نداشته باشد. این مسأله با سه هدف مربوط به هزینه و کمبود سالانه با استفاده از روشی تعاملی بهینه یابی گردیده است. روی و مایتی [۹] مدل‌های موجودی چند هدفه‌ای را برای کالاهای فاسد شدنی در محیط فازی و با دو هدف حداکثر سازی سود و حداقل نمودن هزینه ضایعات ارائه داده و سپس با استفاده از روش‌های برنامه ریزی غیر خطی فازی^۱ (FNLP) و برنامه ریزی آرمانی تجمعی فازی^۲ (FAGP) آن را حل نمودند. مهاپاترا و دیگران [۱۰] یک سیستم موجودی شامل یک عمده فروش و دو خرده فروش را مورد بررسی قرار دادند که اهداف مسأله، کمینه سازی متوسط هزینه‌های موجودی در هریک از این عمده فروشی و خرده فروشیها بود. آنها مسأله چند هدفه را با روش معیار عمومی^۳ به مسأله تک هدفه تبدیل نموده و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه یابی نمودند.

در سال‌های اخیر برخی از محققان اقدام به استفاده از الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه برای حل مسائل موجودی چند هدفه نموده اند. بلجاسمی و دیگران [۱۱] برای به دست آوردن تقریب پارتو مسأله حمل و نقل موجودی چند هدفه الگوریتم SPEA-II^۴ را به کار بردند. تسو [۱۲] مسأله موجودی چند هدفه را با الگوریتم

1- Fuzzy non-linear programming

2- Fuzzy additive goal programming

3- Method of global criteria

4- Strength pareto evolutionary algorithm

بهینه‌سازی دسته ذرات چند هدفه^۱ (MOPSO) حل نموده و سپس جواب‌های آرشیو پارتو را با تکنیک^۲ TOPSIS رتبه بندی کرده است. سپس تسو [۳] الگوریتم‌های تکاملی^۳ MOEMO و MOPSO را برای مسئله موجودی چند هدفه، توسعه داده و آنها را با الگوریتم SPEA مقایسه می‌نماید. مقایسه حالات فروش از دست رفته و فروش معوق نیز در مطالعه او صورت گرفته است. مایتی و مایتی [۱۳] الگوریتم NSGA-II^۴ را برای حل مسأله موجودی چند سطحی چند هدفه توسعه داده‌اند و نتایج این الگوریتم را با روشهای کلاسیک همچون برنامه ریزی آرمانی مورد بررسی قرار داده‌اند.

مدل موجودی چند هدفه مرور دائم

در مدل موجودی مورد بررسی سه هدف کمینه سازی عبارتند از: هزینه کل سالیانه مورد انتظار^۵، تعداد موقعیت‌های کمبود سالانه مورد انتظار^۶، تعداد واحد با کمبود مواجه شده سالانه مورد انتظار^۷. همچنین فرض شده که تقاضا احتمالی است و به طور مستمر موقعیت موجودی سنجیده می‌شود و هرگاه موقعیت موجودی به نقطه سفارش مجدد r یا کمتر از آن برسد مقدار ثابت Q سفارش داده می‌شود. در این مدل کمبود از نوع پس‌افت^۸ می‌باشد، یعنی هنگام وقوع کمبود، تقاضای برآورده نشده با تأخیر برآورده می‌گردد.

پارامترهای مدل

Q مقدار سفارش / تولید^۹

D نرخ تقاضا یا واحدهای تقاضا شده در سال^{۱۰}

A هزینه ثابت هر بار سفارش دهی / هزینه آماده سازی برای تولید در هر سیکل^{۱۱}

1- Multi objective particle swarm optimization
 2- Technique for order preference by similarity to ideal solution
 3- Multi objective electromagnetism- like optimization
 4- Non-dominataed sorting genetic algorithm
 5- Expected total relevant cost annually
 6- Expected frequency of stockout occasions annually
 7- Expected number of items stocked out annually
 8- Shortage is back ordered
 9- Lot size
 10- Average annual demand
 11- Ordering/set up cost

c هزینه خرید/ تولید هر واحد^۱

h نرخ هزینه نگهداری هر واحد در سال^۲

L مدت تحویل^۳

D_L تقاضا در مدت تحویل^۴ که از توزیع نرمال با میانگین μ_L و انحراف استاندارد σ_L پیروی می کند.

k فاکتور اطمینان^۵ (که برابر است با متغیر تصادفی نرمال استاندارد Z در توزیع نرمال)

SS موجودی اطمینان^۶، که با انحراف استاندارد تقاضا در مدت تحویل متناسب است. $SS = k\sigma_L$

r نقطه سفارش مجدد^۷، که برابر است با میانگین تقاضا در مدت تحویل بعلاوه موجودی اطمینان. $r = \mu_L + SS$

$\varphi(x)$ تابع احتمال تجمعی توزیع نرمال استاندارد^۸

مسأله موجودی

اگر $\vec{x} = [k, Q]$ بردار تصمیم مسأله و $\vec{z}(k, Q) = [C(k, Q), N(k, Q), S(k, Q)]$ بردار هدف در نظر گرفته شوند، توابع هدف و حدود متغیرهای تصمیم را به صورت زیر می توان تعریف نمود:

$$\text{Min } C(k, Q) = \frac{AD}{Q} + hc \left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L \right) \quad (۱)$$

$$\text{Min } N(k, Q) = \frac{D}{Q} \int_k^{\infty} \varphi(x) dx \quad (۲)$$

$$\text{Min } S(k, Q) = \frac{D\sigma_L}{Q} \int_k^{\infty} (x - k) \varphi(x) dx \quad (۳)$$

$$\text{S.t: } 0 \leq Q \leq D \quad (۴)$$

$$0 \leq k \leq \frac{D}{\sigma_L} \quad (۵)$$

1- Unit item cost
 2- Inventory carrying rate
 3- Lead time
 4- Lead time demand
 5- Safety factor
 6- Safety stock
 7- Reorder point
 8- Probability density function of standard normal distribution

رابطه ۱ مربوط به حداقل نمودن هزینه کل سالیانه مورد انتظار است که از مجموع هزینه‌های سفارش دهی و نگهداری سالیانه به دست آمده است. روابط ۲ و ۳ مربوط به هدف افزایش سطح خدمت دهی هستند و به ترتیب حداقل نمودن تعداد موقعیت‌های کمبود سالانه مورد انتظار و تعداد واحد با کمبود مواجه شده سالانه مورد انتظار را بیان می‌نمایند. روابط ۴ و ۵ نیز به ترتیب نشان می‌دهند مقدار سفارش و موجودی اطمینان باید مقداری غیر منفی و بزرگتر از نرخ تقاضا در سال باشند.

طراحی الگوریتم تکاملی چند هدفه

با توجه تنوع الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه، پس از بررسی کامل ادبیات موضوع الگوریتم‌های تکاملی موجود و روش محاسباتی هر یک از آنها و در نظر گرفتن الگوریتم‌هایی که قبلاً برای این مسأله موجودی توسعه یافته اند، همچنین بررسی ویژگی‌های مسأله موجودی مورد مطالعه، الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه ای، که با آن مطابقت بیشتری داشته و در پیشینه تحقیق به عنوان الگوریتم‌های کارا در حل مسائل مختلف شناخته شده اند، به این ترتیب انتخاب شدند: NSGA-II، MOGA^۱، VEGA^۲، RWGA^۳ پس از برنامه نویسی و آزمایش این الگوریتم‌ها، مشخص گردید NSGA-II می‌تواند نسبت به سایر الگوریتم‌ها، مجموعه آرشیو پارتو بهتری ترسیم کند. بنابراین به منظور ایجاد بهبود در این الگوریتم، راه کارهای مختلف بررسی شده و در نهایت الگوریتم NSGA-II بر مبنای نقطه مرجع که آن را R-NSGA-II می‌نامیم، طراحی گردید.

طراحی الگوریتم

در بسیاری مواقع می‌توان با الهام از سایر رویکردهای بهینه یابی، تغییراتی برای کاراتر نمودن الگوریتم‌های تکاملی در آنها ایجاد نمود. در این مقاله نیز الگوریتمی ارائه شده است که از رویکردهای بهینه یابی چند هدفه با استفاده از نقطه مرجع الهام گرفته است. در این رویکرد همه اهداف به یک هدف تبدیل می‌شوند و آن، حداقل

نمودن حداکثر فاصله جواب‌ها در فضای هدف از نقاط مرجع می‌باشد. الگوریتم طراحی شده حاضر، روش جدیدی برای محاسبه فاصله ازدحام در NSGA-II به کار می‌گیرد، که همانند فاصله ازدحام، وظیفه حفظ تنوع را در جمعیت ایفا می‌کند [۱۴].

در این الگوریتم، تصمیم گیرنده در ابتدا نقاط مرجع را مشخص می‌نماید. سپس همچون NSGA-II معمول، جمعیت والدین و فرزندان با یکدیگر ترکیب می‌شوند و مرتب سازی غیر مغلوب انجام می‌شود تا جمعیت ترکیبی به صفوف مختلف غیر مغلوب طبقه بندی گردد. سپس جواب‌هایی از بهترین صفوف غیر مغلوب انتخاب می‌گردند. در اینجا برای ایجاد یک زیر مجموعه از آخرین صف غیر مغلوب - که به علت زیاد شدن اندازه جمعیت بعدی نمی‌تواند به طور کامل انتخاب شود - از عمل گر فاصله ازدحام اصلاح شده (عمل گر ترجیح^۱)، استفاده می‌گردد.

این الگوریتم در انتخاب مجموعه جواب‌های منتخب دو نکته را مورد توجه قرار می‌دهد:

۱. جواب‌های نزدیک‌تر به نقاط مرجع، (در فضای هدف) باید بیشتر مورد تأکید قرار گیرند.

۲. جواب‌هایی که در اپسیلون همسایگی یک جواب نزدیک به نقطه مرجع قرار دارند، باید کمتر مورد تأکید قرار گیرند تا بتوان مجموعه جواب‌هایی متنوع داشت.

رویه الگوریتم

کلیه مراحل این الگوریتم همانند NSGA-II است اما برای محاسبه فاصله ازدحام، بایستی مراحل زیر طی شوند:

مرحله ۱: فاصله اقلیدسی نرمال شده هر جواب در صف غیر مغلوب از هر نقطه مرجع، محاسبه می‌شود (مطابق رابطه ۶) و جواب‌ها بر اساس فاصله از هر نقطه مرجع به صورت صعودی مرتب می‌شوند. به این ترتیب نزدیک ترین جواب به نقطه

مرجع، رتبه ۱ را به خود اختصاص می‌دهد.

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{i=1}^M \left(\frac{f_i(x) - \bar{z}_i}{f_i^{max} - f_i^{min}} \right)^2} \quad (6)$$

در رابطه بالا f_i^{max} و f_i^{min} بیشینه و کمینه مقادیر تابع هدف i ام و M تعداد توابع هدف و \bar{z}_i مقدار نقطه مرجع در تابع هدف i ام است.

مرحله ۲: بعد از آنکه محاسبات مرحله ۱ برای همه نقاط مرجع انجام گرفت، کمترین رتبه اختصاصی به یک جواب، به عنوان فاصله تقدم آن جواب در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب، نزدیک‌ترین جواب‌ها به نقاط مرجع، کمترین فاصله تقدم یعنی ۱ را به خود اختصاص می‌دهند. جواب‌هایی که کوچکترین فاصله اقلیدسی بعدی را به همه نقاط مرجع دارند، کمترین فاصله تقدم بعدی یعنی ۲ را به خود اختصاص می‌دهند و همین‌طور تا آخر. جواب‌هایی که فاصله تقدم کوچکتر دارند، در انتخاب مسابقه‌ای و در تشکیل جمعیت جدید از جمعیت ترکیبی والدین و فرزندان، ترجیح داده می‌شوند.

مرحله ۳: برای افزایش تنوع جواب‌های به دست آمده، ایده پاکسازی اپسیلون^۱ در عملگر موقعیت یابی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در ابتدا، یک جواب تصادفی از مجموعه غیر مغلوب انتخاب می‌شود. سپس فاصله تقدم همه جواب‌هایی که مقدار مجموع اختلاف نرمال شده در توابع هدفشان (که از رابطه ۷ محاسبه می‌شود)، از جواب انتخاب شده اپسیلون یا کمتر از آن باشد، اصلاح می‌گردد، به طوری که یک مقدار مصنوعی بزرگ، به جای فاصله تقدم محاسبه شده در مرحله قبل این جواب‌ها اختصاص داده می‌شود تا از برنده شدن در مسابقه، باز داشته شوند. به این ترتیب فقط یک جواب در یک اپسیلون همسایگی مورد تأکید قرار می‌گیرد. سپس جواب دیگری (که قبلاً در نظر گرفته نشده است) به طور تصادفی از مجموعه غیر مغلوب انتخاب می‌گردد و رویه فوق مجدداً انجام می‌شود و این کار تا در نظر گرفتن همه جواب‌های صف غیر مغلوب ادامه می‌یابد.

$$D_{xy} = \sqrt{\sum_{i=1}^M \left(\frac{f_i(x) - f_i(y)}{f_i^{max} - f_i^{min}} \right)^2} \quad (7)$$

1- Preference distance

2- ϵ -clearing idea

تعیین نقاط مرجع

به دلیل آن که در بیشتر مواقع مایلیم تصمیمات بدون درگیر نمودن بیش از حد تصمیم گیران - که بعضاً با اطلاعات ناقص اقدام به تصمیم گیری می نمایند - اتخاذ گردد، در این مقاله برای تعیین نقاط مرجع، روشی به کار گرفته شده که در آن نیازی به اخذ نظرات شخصی تصمیم گیرندگان وجود نداشته باشد. از آنجا که نتایج تحقیقات قبلی نشان داده که تعیین بیش از یک نقطه مرجع، موجب گستردگی مناسب جواب‌های بهینه پارتو می‌گردد [۱۵]، بیش از یک نقطه مرجع تعیین شده است.

برای تعیین نقاط مرجع، الگوریتم ژنتیک تک هدفه مورد استفاده قرار گرفته است. نقطه مرجع اول، از مقادیر بهینه هر یک از توابع هدف به تنهایی و بدون در نظر گرفتن سایر توابع هدف، به دست آمده است. بنابراین، این نقطه یک جواب نشدنی بوده و در واقع بردار ایده آل هدف مسأله محسوب می‌شود. برای تعیین سایر نقاط مرجع، از مجموع وزنی توابع هدف مسأله استفاده شده و هر بار وزن‌های متفاوتی به توابع هدف اختصاص داده شده است. از میان نقاط مرجع متعددی که با این روش به دست آمد، جواب‌های برتر انتخاب شدند. در نتیجه این الگوریتم با چهار نقطه مرجعی که در جدول ۱ مشاهده می‌شود حل گردیده است.

جدول ۱. نقاط مرجع

نقاط مرجع	$(C(k,Q), N(k,Q), S(k,Q))$
۱	(۱۹۷۵، ۰، ۰)
۲	(۱۹۷۵، ۶.۱۸، ۲۶۳)
۳	(۳۵۰۲، ۰، ۰)
۴	(۲۱۷۲، ۳.۴۹، ۱۱۹.۹)

مقایسه کارایی الگوریتم‌ها

هم‌گرایی به جواب‌های بهینه پارتو و فراهم نمودن چگالی و تنوع در میان مجموعه جواب‌های به دست آمده دو هدف اصلی هر الگوریتم تکاملی چند هدفه

هستند ولی به دلیل آنکه این دو هدف تا حدودی در تضاد با یکدیگرند، معیاری که بتواند به تنهایی و به صورت مطلق در مورد عملکرد الگوریتم‌ها تصمیم بگیرد، وجود ندارد. اگر امکان دستیابی به چنین معیاری میسر بود، اظهار نظر در مورد برتری یک الگوریتم نسبت به الگوریتم دیگر نیز امکان پذیر می‌گردید. بنابراین الگوریتم‌های ارائه شده در این مقاله با معیارهای زیر مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

تعداد جواب‌های آرشیو پارتو

الگوریتمی که بتواند تعداد جواب‌های غیر مغلوب بیشتری در آرشیو پارتو ارائه دهد، در ترسیم سطح بهینه پارتو واقعی موفقتر بوده و تصمیم گیرنده را با گزینه‌های بیشتری مواجه می‌سازد.

فاصله از نقطه ایده آل

این معیار که برای اندازه‌گیری میزان نزدیکی به سطح بهینه پارتو واقعی، به کار می‌رود از رابطه ۸ محاسبه می‌شود:

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n} \quad (8)$$

در این رابطه n ، تعداد جواب‌ها در مجموعه بهینه پارتو است و c_i فاصله اقلیدسی هر عضو از مجموعه پارتو از نقطه ایده آل است که از رابطه ۹ به دست می‌آید:

$$c_i = \sqrt{(f_{1i} - f_1^*)^2 + (f_{2i} - f_2^*)^2 + \dots + (f_{mi} - f_m^*)^2} \quad (9)$$

در رابطه ۹ منظور از f_{mi} مقدار m امین تابع هدف در جواب i ام می‌باشد. بدیهی است که برای مجموعه‌های بهینه پارتو مورد مقایسه، هرچه مقدار این معیار کوچکتر باشد، مطلوبیت آن مجموعه بیشتر خواهد بود.

معیار پوشش مجموعه^۱

معیار پوشش مجموعه $C(A, B)$ ، نسبت جواب‌هایی از مجموعه B که به صورت ضعیف توسط جواب‌هایی از مجموعه A مغلوب می‌شوند را محاسبه می‌نماید.

$$C(A, B) = \frac{| \{b \in B | \exists a \in A: a \leq b\} |}{|B|} \quad (10)$$

فاصله گذاری^۱

این معیار که از جمله معیارهای اندازه گیری چگالی است، فاصله نسبی جواب‌های متوالی را محاسبه می‌کند:

$$S = \sqrt{\frac{1}{|Q|} \sum_{i=1}^{|Q|} (d_i - \bar{d})^2} \quad (11)$$

در رابطه بالا $|Q|$ معرف اندازه آرشیو پارتو می‌باشد و مقادیر d_i و \bar{d} را می‌توان از روابط ۱۲ و ۱۳ به دست آورد:

$$d_i = \min_{k \in Q \wedge k \neq i} \sum_{m=1}^M |f_m^i - f_m^k| \quad (12)$$

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^{|Q|} \frac{d_i}{|Q|} \quad (13)$$

در واقع معیار فاصله گذاری، انحراف معیار مقادیر مختلف d_i را اندازه گیری می‌کند. زمانی که جواب‌ها به طور یکنواخت در کنار هم قرار گرفته باشند آنگاه مقدار فاصله گذاری (S)، نیز کوچک خواهد بود. بنابراین الگوریتمی که جواب‌های غیر مغلوب نهایی آن دارای مقدار فاصله گذاری کوچکی باشند، مطلوب‌تر خواهد بود [۵].

بیشترین گسترش

این معیار طول قطر مکعب فضایی که توسط مقادیر انتهایی مجموعه جواب‌های غیر مغلوب در فضای هدف ساخته می‌شود، را اندازه گیری می‌کند. بنابراین، هر چه این معیار بزرگتر باشد، نشان دهنده گسترش بیشتر جواب‌های آرشیو پارتو است.

$$D = \sqrt{\sum_{m=1}^M (\max_{i=1:|Q|} f_m^i - \min_{i=1:|Q|} f_m^i)^2} \quad (14)$$

نتایج مقایسه الگوریتم‌ها

به منظور مقایسه الگوریتم‌ها و شناسایی الگوریتم‌های کارا، هر یک از الگوریتم‌های طراحی شده ۲۰ بار اجرا شده و مقدار هر یک از معیارها در هر اجرا

محاسبه گردیده است. مقادیر میانگین معیارها، برای الگوریتم‌های توسعه داده شده، در جداول ۲ تا ۶ نشان داده شده است.

جدول ۲. مقایسه الگوریتم‌ها با معیار اندازه آرشیو پارتو

R-NSGA-II	RWGA	VEGA	MOGA	NSGA-II
۶۰۰	۸۴۴.۴	۱۸.۷۵	۵۳.۲۵	۶۰۰

جدول ۳. مقایسه الگوریتم‌ها با معیار فاصله از نقطه ایده آل

R-NSGA-II	RWGA	VEGA	MOGA	NSGA-II
۶۰۳.۸۷	۷۲۵.۴۲	۱۴۶۳.۱۴	۱۴۲۳.۲۷	۳۹۲.۰۹

جدول ۴. مقایسه الگوریتم‌ها با معیار پوشش مجموعه C(A,B)

VEGA	RWGA	MOGA	R-NSGA-II	NSGA-II	$\frac{B}{A}$
۰.۰۷۸۳	۰.۲۵۲	۰.۰۵۶	۰.۰۰۲۶	-	NSGA-II
۰.۲۹۳۵	۰.۳۳۸	۰.۳۵۶۲	-	۰.۰۸۱۹	R-NSGA-II
۰.۴۷۴	۰.۰۵۳	-	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۱۱	MOGA
۰.۴۶۹۹	-	۰.۵۰۶۵	۰.۰۰۶۱	۰.۰۵۵۲	RWGA
-	۰.۰۳۱	۰.۱۶۷	۰.۰۰۲۱	۰.۰۰۱۴	VEGA

جدول ۵. مقایسه الگوریتم‌ها با معیار فاصله گذاری

R-NSGA-II	RWGA	VEGA	MOGA	NSGA-II
۵.۳۶	۶.۶۴	۲۷.۵۸	۱۶.۵	۱۲.۹۹

جدول ۶. مقایسه الگوریتم‌ها با معیار بیشترین گسترش

R-NSGA-II	RWGA	VEGA	MOGA	NSGA-II
۱۶۵۱.۶۹	۱۷۳۹.۳۸	۴۷۸.۶	۷۰.۶	۱۷۵۳.۱

جواب‌های غیر مغلوب آرشیو پارتو

هدف از بهینه یابی چند هدفه، دستیابی به جواب‌های غیر مغلوب یا آرشیو پارتو است. به دلیل آن که تصمیم گیرندگان مایلند پس از دستیابی به مجموعه پارتو، با

روشی مناسب بهترین جواب را برگزینند، در این مقاله روشی معرفی گردیده که بدون نیاز به اخذ اطلاعات بیشتر از تصمیم گیرندگان، بتوان جواب‌های آرشیو پارتو را رتبه بندی نمود.

روش رتبه بندی جواب‌های آرشیو پارتو

در این مقاله، برای رتبه بندی جواب‌های مجموعه پارتو از روش برنامه ریزی سازگار^۱ یا روش معیار عمومی استفاده گردیده است. در این روش جوابی که در کمترین فاصله از یک نقطه مرجع قرار دارد، انتخاب می‌گردد [۵].

$$\ell_p - \text{metric} : \quad d(f, z) = (\sum_{m=1}^M |f_m(x) - z_m|)^{\frac{1}{p}} \quad (15)$$

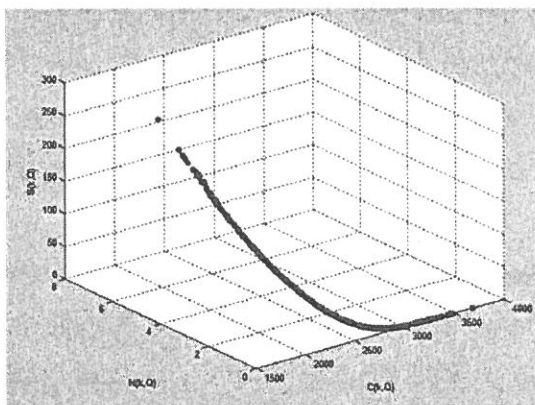
z_m نقطه مرجع است که در اینجا بردار ایده آل هدف، یعنی $[0, 0, \dots, 0]$ در نظر گرفته شده و مقدار $p = 2$ قرار داده شده است.

جواب‌های رتبه بندی شده آرشیو پارتو

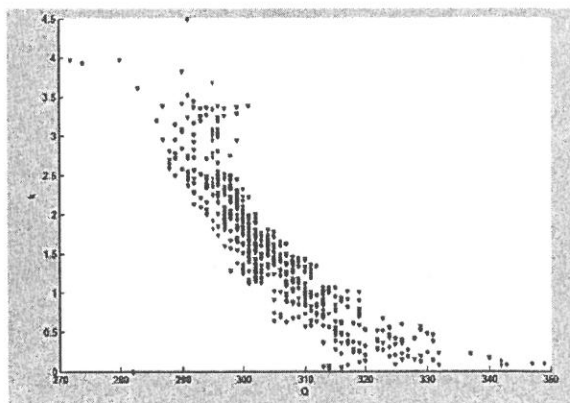
بررسی نتایج مقایسه الگوریتم‌ها در هر یک از معیارها، در مجموع نشان می‌دهد، الگوریتم R-NSGA-II به طور نسبی در اکثر معیارها نمرات خوبی کسب نموده و نسبتاً موفق‌تر از سایر الگوریتم‌ها بوده است. بنابراین جواب‌های آرشیو پارتو این الگوریتم با روش معرفی شده در بخش قبلی، رتبه بندی گردیده و ۱۰ جواب برتر در جدول ۷ نمایش داده شده است. همچنین کل مجموعه آرشیو پارتو در فضای تصمیم و در فضای هدف در شکل‌های ۱ و ۲ ترسیم شده‌اند.

جدول ۷. جواب‌های غیر مغلوب رتبه بندی شده آرشیو پارتو

S(k,Q)	N(k,Q)	C(k,Q)	k	Q	رتبه
226.244	5.315	1998	0	321	1
223.42	5.272	2002	0.01	321	2
222.774	5.233	2003	0	326	3
221.286	5.27	2005	0.03	316	4
219.993	5.191	2007	0.01	326	5
217.235	5.15	2010	0.02	326	6
215.755	5.161	2012	0.04	320	7
217.987	5.144	2010	0.01	329	8
215.369	5.082	2014	0.01	333	9
212.668	5.041	2018	0.02	333	10



شکل ۱. کل جواب‌های غیر مغلوب آرشیو پارتو در فضای هدف



شکل ۲. کل جواب‌های غیر مغلوب آرشیو پارتو در فضای تصمیم

تجزیه و تحلیل نتایج

به علت تضاد بین دو هدف بهینه یابی چند هدفه یعنی نزدیک شدن به مجموعه بهینه پارتو واقعی و حفظ گستردگی و تنوع جواب ها، یک الگوریتم نمی تواند به طور همزمان به همه معیارهای کارایی دست یابد. بنابراین لازم است الگوریتم ها با معیارهای مختلف با یکدیگر مقایسه شده و در هر معیار الگوریتم های برتر معرفی گردند.

در معیار اندازه آرشیو پارتو، الگوریتم RWGA از سایرین برتر است. علت این برتری استفاده از آرشیو خارجی برای نگهداری جواب های غیر مغلوب توسط این الگوریتم می باشد که مانع می گردد جواب های غیر مغلوبی که تاکنون یافته شده اند از دست بروند. در حالی که سایر الگوریتم ها فاقد آرشیو خارجی هستند و در نسل های مختلف جواب های غیر مغلوب را از دست می دهند و یا به علت محدود بودن تعداد اعضای جمعیت نمی توانند بیش از مقدار مشخص شده، جواب غیر مغلوب ارائه دهند.

در معیار فاصله از نقطه ایده آل، که میزان نزدیکی به بهینه پارتو واقعی را اندازه گیری می کند، NSGA-II و پس از آن R-NSGA-II بهتر از سایر الگوریتم ها بوده اند. معیار پوشش مجموعه نیز، که از جمله معیارهای نزدیکی به بهینه پارتو واقعی می باشد، نتایج جالب توجهی دارد. در جواب های آرشیو پارتو، الگوریتم R-NSGA-II بر درصد بیشتری از جواب های آرشیو پارتو در سایر الگوریتم ها غلبه می کند، و پس از آن NSGA-II قرار دارد. این امر نشان می دهد بهبود ایجاد شده در NSGA-II در طراحی الگوریتم جدید R-NSGA-II موفقیت آمیز بوده و این الگوریتم می تواند نسبت به نوع توسعه نیافته اش جواب های بهتری از لحاظ نزدیکی به بهینه پارتو واقعی ارائه نماید.

در معیار فاصله گذاری، که میزان چگالی جواب های آرشیو پارتو را اندازه گیری می کند، الگوریتم های R-NSGA-II و RWGA به ترتیب بهترین نمرات را کسب کرده اند. معیار بیشترین گسترش نیز چگالی جواب های آرشیو پارتو را اندازه می گیرد و در محاسبه آن از روش ساده ای استفاده می شود یعنی بدون در نظر گرفتن

جواب‌های میانی، تنها جواب‌های مرزی برای ترسیم گسترده‌گی جواب‌های آرشیو پارتو به کار می‌رود. در این معیار نیز محاسبات نشان می‌دهد، RWGA و پس از آن NSGA-II جواب‌های گسترده تری را نسبت به سایر الگوریتم‌ها ارائه می‌دهند.

نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در این مقاله سیستم موجودی مرور دائم، با اهداف کمینه‌سازی هزینه‌های موجودی و بیشینه‌سازی خدمت‌رسانی به مشتریان در قالب اهداف جداگانه مدل‌سازی گردیدند. علت به کارگیری رویکرد چند هدفه در این مقاله احتراز از مشکلات مدل‌های سنتی موجودی بوده که به علت در نظر گرفتن یک تابع بهینه‌یابی از نوع حداقل‌سازی هزینه، همه اهداف از جمله خدمت به مشتریان را به شکل هزینه بیان می‌نمودند تا قابل جمع کردن با سایر هزینه‌های موجودی باشند. در این مدل‌های سنتی، برآورد هزینه کمبود اغلب به صورت تخمینی بیان می‌گردید و این امر مشکلاتی را در دقت و علمی بودن مدل ایجاد می‌نمود. بنابراین در مدل مورد بررسی در این مقاله، هدف خدمت‌رسانی به مشتریان به صورت هدف مستقل از هزینه موجودی و به شکل دو هدف کمینه‌سازی تعداد دفعات کمبود و میزان کمبودهای سالانه مطرح گردیده است.

به منظور واقعی‌تر نمودن مدل مسأله، پیشنهاد می‌گردد در تحقیقات آتی محدودیت‌هایی که سازمان‌ها در مسائل موجودی واقعی با آن مواجه هستند مانند محدودیت سرمایه، محدودیت فضای انبار، محدودیت تعداد دفعات سفارش و... در مسأله گنجانده شوند. از دیگر روش‌های توسعه مدل این مقاله در نظر گرفتن حالت چند محصولی، در نظر گرفتن مسأله در حالت فروش از دست رفته، بررسی سایر سیستم‌های کنترل موجودی، همچون سیستم مرور دوره‌ای است. به جز مدل مسأله، روش حل آن نیز می‌تواند گسترش یابد به عنوان مثال از سایر الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه استفاده کرده و با نتایج الگوریتم‌های ارائه شده توسط این مقاله مقایسه گردد.

منابع و مأخذ

۱. هاتز، آدولف، حسابداری صنعتی، ترجمه فرشید نویسی، رضا نظری، احمد حسینی و عزیز عالی ور، تهران: مرکز تحقیقات تخصصی حسابداری و حسابرسی سازمان حسابرسی، ۱۳۸۳ ج دوم، چ هجدهم
2. Gardner, E.S., Dannenbring, D.G. "Using optimal policy surface to analyze aggregate inventory tradeoffs" management science 25(8),709-720(1979).
3. Tsou, C.S. "Evolutionary pareto optimizers for continuous review stochastic inventory systems", European journal of operation research 195, 364-371(2009).
4. Fonsca, C.M. and Fleming, P.J. "Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization" In Proceedings of the fifth international conference on genetic algorithms, 416-423(1993).
۵. دب، کالیانموی، الگوریتم‌های ژنتیک با رویکرد بهینه یابی چند هدفه، ترجمه جعفر رضایی و منصور داوودی منفرد، تهران: انتشارات پلک، ۱۳۸۷، ج اول
6. Zitzler, E., Laumanns, M., Bleuler, S. "A Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization". In X. Gandibleux and others, editors, *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer(2004).
7. Padmanabhan, G., Vart, P. "Analysis of multi-item inventory systems under resource constraints: A non-linear goal programming approach" engineering costs and production economics 20 , 121-127(1990).
8. Agrell, P.J. "A multicriteria framework for inventory control" International Journal of Production Economics 41, 59-70(1995).
9. Roy, T., Maiti, M. "Multi-objective inventory models of deteriorating items with some constraints in fuzzy environment" computers operations research 25(12) , 1085-1095(1998).
10. Mahapatra, N., Bhunia, A., & Maiti, M. "A multi objective model of wholesaler-retailer's problem via genetic algorithm" J.Appl. Math. & computing 19(1-2) , 397-414(2005).
11. Belgasmi, N., Ben Saïd, L., & Ghédira, K. "Evolutionary multiobjective optimization of the multi-location transshipment problem" Operational Research 8(2) , 167-183(2008).
12. Tsou, C.S. "Multi-objective inventory planning using MOPSO and TOPSIS" Expert systems with applications 35, 136-142 (2008) .
13. Maiti, M., Maiti, M. "Utilization of multi-objective genetic algorithm for one-item multi level inventory distribution system" International journal of information and management sciences 20 , 291-304(2009).
14. Pfeiffer, J., Golle, U., Rothlauf, F. "Reference point based multi-objective evolutionary algorithms for group decisions" In proceeding of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO), 697-704(2008).

15. Deb, K., Sundar, J., Rao, U. B., Chaudhuri, S. “**Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms**” International Journal of Computational Intelligence Research 2(3), 273-286(2006) .