مدلی برای متعادل‌سازی هزینه‌های تخصیص منابع

نوشته : محمدعلی خانمی فیروزآبادی
عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

چکیده

استفاده از ترمینال‌های مرکزی جهت حمل تولیدات از منابع مختلف به مقاصد گوناگون یک مزیت اقتصادی در کاهش هزینه‌های حمل و نقل به شمار می‌رود. تولیدکنندگان می‌توانند تولیدات خود را به ترمینال‌های مرکزی حمل نموده و از آنجا با حجم بیشتر، محصولات را به نقاط مصرف روانه کنند. هر چند که احداث ترمینال‌های مرکزی نیاز به صرف هزینه‌های ثابت زیادی دارد ولی هزینه احداث این ترمینال‌ها به مراتب کمتر از هزینه‌هایی است که صرف انتقال محصولات به طور مستقیم به نقاط مصرف می‌گردد. در این مقاله مدلی برای برقراری تعادل بین هزینه‌های حمل و نقل و هزینه‌های احداث ترمینال مرکزی ارائه و کاربرد آن برای خدمات شهری ذکر گردیده است.

❐ ۱ - مقدمه :

هم در تولیدات با حجم وسیع و هم در پروژه‌های کوچک و جزیی، لازم است چگونگی حمل و نقل مواد و کالاها از منابع مختلف تا مقاصد گوناگون مورد بررسی قرار گیرند. برای مثال، تولیدات کارخانه‌های مختلف می‌تواند به طور مستقیم به محل فروش کالا عرضه شده و یا اینکه بعد از تولید، آنها را به یک انبار میانی (ترمینال

واسطه) حمل کرده و سپس از آنجا به محل‌های فروش عرضه کرد. اگرچه استفاده غیرمستقیم از حمل و نقل کالا، (یعنی از طریق ترمینال‌های واسطه) فاصله پیموده شده را ازدیاد می‌بخشد ولیکن به علت اینکه محموله‌ها با حجم زیادتری جابجا می‌شوند باعث خواهد شد تا کل هزینه حمل و نقل کاهش یابد.

تعداد ترمینال‌های واسطه مورد استفاده در یک شبکه بر روی هزینه‌های موجودی، هزینه‌های حمل و نقل و هزینه‌های سربار اثر می‌گذارد. اگرچه وجود تعداد کمتر ترمینال‌های واسطه باعث می‌شود که هزینه‌های موجودی و هزینه‌های سربار کم شود ولی در این حالت متوسط فاصله سفر بین نقاط تولید و مصرف زیاد می‌شود. با تعداد بیشتر ترمینال‌های واسطه، هزینه‌های موجودی و هزینه‌های سربار ازدیاد می‌یابد، اما در مقابل متوسط فاصله سفر بین نقاط تولید و مصرف کم می‌شود. در نتیجه تعداد بهینه‌ای وجود دارد که تعادل را بین هزینه‌های یاد شده فوق برقرار می‌سازد. حال پیداکردن الگویی که بتواند حداقل هزینه را از طریق حمل و نقل‌های مستقیم و غیرمستقیم بدست آورد مورد نظر می‌باشد.

❐ ۲ - تأثیر استفاده از ترمینال‌های واسطه در هزینه‌های حمل و نقل :

محصولات تولید شده کارخانجات مختلف را می‌توان به صورت دسته‌جمعی به چند ترمینال واسطه حمل نمود. به این معنی که مقادیر کم محصولات یا مواد بین چند مبدأ و مقصد در ترمینال‌های واسطه قرار داده می‌شوند تا آنها بتوانند جهت حمل و نقل، بارهای با حجم بزرگ را تشکیل دهند. در اینگونه ترمینال‌ها، امکان تفکیک کالاها وجود دارد و می‌توان محصولات مشابه را به نحوی با هم ادغام کرد. انجام این کار باعث می‌شود تا بارها به طور مرتب و منظم به مقاصد مورد نظر حمل شوند. باید توجه نمود که تولیدات می‌توانند به محل فروش هم به صورت مستقیم و هم از طریق ترمینال‌های واسطه حمل گردند.

برای مثال، تصور کنید که یک ترمینال واسطه به ۱۰۰ عرضه کننده مختلف خدمات ارائه می‌دهد که مقادیر مساوی مواد یا محصول را به ۳۰ کارخانه مختلف ارسال کند. هر محموله به ترمینال واسطه تحویل داده می‌شود و این محموله‌ها شامل محصولات یا مواد اولیه‌ای هستند که باید به تمام ۳۰ کارخانه ارسال شوند. هر محموله

به کارخانه‌ای تحویل داده می‌شود که احتیاج به مواد اولیه‌ای دارد که ۱۰۰ عرضه کننده، آن را عرضه کرده‌اند. این به معنای آن است که متوسط جریان مواد در هر شبکه بین ۳۰ تا ۱۰۰ برابر بیشتر از وقتی خواهد بود که تمام عرضه کننده‌ها، محموله‌هایشان را مستقیماً به تمام کارخانجات ارسال نمایند.

هر چه که تعداد مبدأها و مقصدها بیشتر باشد جریان زیادتری در ترمینال‌های واسطه جریان پیدا خواهد کرد و هر چه که تعداد ترمینال‌های واسطه در شبکه حمل و نقل کمتر باشد هزینه‌های موجودی و سربار، میل به کم شدن پیدا خواهند نمود. ترمینال‌های واسطه کمتر باعث خواهد شد که محموله‌ها در مسافت‌های بیشتری از آنچه که اگر تعداد زیادتری ترمینال وجود داشت حمل گردند. با افزایش ترمینال‌های واسطه، متوسط فاصله سفر کاهش پیدا خواهد کرد.

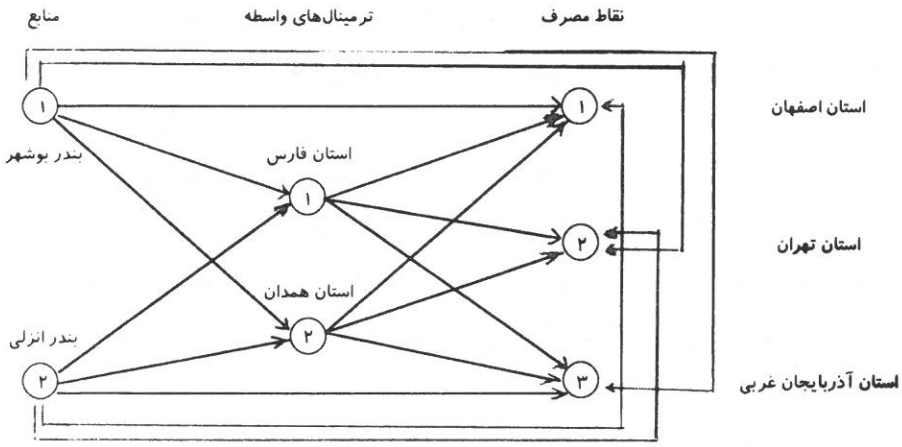
هزینه‌های حمل و نقل محصولات تابعی مقعر از مقدار حجم حمل شده می‌باشد. همچنین اگر حمل و نقل محصولات از طریق ترمینال‌ها صورت گیرد دارای هزینه نگهداری نیز خواهد شد. همچنین برای استفاده از ترمینال‌های واسطه، لازم است هزینه‌های راه‌اندازی (یا هزینه‌های ثابت) در نظر گرفته شود. به این ترتیب از ترمینال‌های واسطه که دارای تجهیزات و وسایل حمل‌کننده و توزیع‌کننده می‌باشند جهت کاستن هزینه‌ها استفاده می‌شود. مثال این نوع ترمینال‌ها را می‌توان ترمینال‌های بارگیری کامیون، راه‌آهن و انبارها نام برد.

هدف این مقاله بسط و گسترش مدلی است که بتواند مابین هزینه‌های حمل و نقل، هزینه‌های سربار، هزینه‌های راه‌اندازی و هزینه‌های نگهداری محصولات در ترمینال‌های واسطه تعادل برقرار سازد و تعداد بهینه ترمینال‌های واسطه را (در صورت اقتصادی بودن) بدست آورد. در واقع هدف نهایی، این نکته است که اگر در نقاط تولید، مقدار بسیار زیادی محصول تولید شده و بخواهد به نقاط مصرف انتقال داده شود، آنگاه با استفاده از ترمینال‌های واسطه می‌توان مجموع هزینه‌های سیستم را کاهش داد. علاوه بر هزینه‌های سربار، راه‌اندازی و نگهداری، هزینه‌های سیستم شامل هزینه‌های حمل و نقل از نقاط تولید به ترمینال‌های واسطه و از ترمینال‌های واسطه به نقاط مصرف می‌باشد.

❑ ۳ - معرفی مدل :

مدل‌های کلاسیکی که تاکنون در این رابطه ارائه شده‌اند اساساً بر مبنای هزینه‌های حمل و نقل مطرح گردیده‌اند و دارای محدودیت‌های متنوعی می‌باشند. بر اساس محدودیت‌هاست که می‌توان بهترین اماکن را برای احداث ترمینال‌های واسطه و عملیات آنها در نظر گرفت. مهمترین محدودیت‌هایی که در این گونه مسایل وجود دارند محدودیت‌های بودجه، تعداد تسهیلات، وسایل حمل و نقل و مکان احداث می‌باشد که طبعاً هر یک از آنها می‌تواند در جواب مسئله و انتخاب بهینه تعداد ترمینال‌های واسطه تأثیرگذار باشد.

مدلی که طراحی می‌شود باید قادر باشد برای هر مبدأ و مقصد دلخواه، چگونگی انتقال محصولات را نشان دهد. در واقع نتیجه این مدل، تعیین می‌کند آیا انتقال از مبدأ به مقصد به صورت مستقیم صورت می‌گیرد و یا از طریق ترمینال‌های واسطه انجام شود. به منظور درک بهتر، مثالی در این زمینه ذکر می‌شود. فرض کنید که در ایران، بندر انزلی کالاهای مصرفی و بندر بوشهر، مواد اولیه کارخانجات را تأمین می‌کنند. تصور کنید سه استان مهم که از کالاها و مواد اولیه استفاده بیشتری می‌برند (به علت تراکم جمعیت، تعدد کارخانجات، تمرکز شهر، رشد شهر، ...) سه استان تهران، اصفهان و آذربایجان غربی باشند. تقاضای هر استان با توجه به برنامه‌ریزی‌های توسعه اقتصادی ـ اجتماعی از هر یک از این بنادر مشخص است. همچنین تصور کنید که دو ترمینال واسطه در استان‌های فارس و همدان قرار داشته باشند. با توجه به تقاضای هر استان از بنادر، باید الگویی بهینه از انتقال کالاها به هر استان بدست آورد که این الگو می‌تواند کالا را به طور مستقیم از بنادر و یا از طریق دو ترمینال واسطه انجام دهد. در نمودار ۱، وضعیت انتقال کالا نشان داده شده است.



نمودار ۱ - وضعیت انتقال کالاها از منابع به نقاط مصرف

حال مدلی که طراحی می‌شود باید قادر باشد به سؤالات زیر پاسخ گوید:

۱ - آیا اصلاً نیازی به ترمینال‌های واسطه (استان‌های فارس و همدان) جهت انتقال کالا از منابع به نقاط مصرف می‌باشد؟

۲ - اگر نیاز به ترمینال‌های واسطه احساس شد کالاها را از چه مسیرهایی باید به نقاط مصرف انتقال داد؟

۳ - هزینه حمل و نقل بدون وجود ترمینال‌های واسطه و با وجود ترمینال‌های واسطه (که لازم است هزینه‌های احداث را برای آنها پرداخت کرد) چقدر با هم تفاوت دارند؟

به این ترتیب، مشاهده می‌شود که با طراحی یک مدل ریاضی، می‌توان به جواب‌های فوق پاسخ داد. برای این منظور، یک مدل جامع و کامل تشکیل می‌شود و سپس نحوه کاربرد آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

□ ۱ - ۳ - فرضیات مدل جامع :

برای ارائه هرگونه مدلی، لازم است ابتدا فرضیات مدل را ذکر کرد.

۱ - چندین نقطه تولید محصول وجود دارد که با توجه به حجم بسیار زیاد تولید در

این نقاط و به منظور تجزیه و تحلیل مناسب‌تر، این نقاط تولید به یک مجموعه و زیرمجموعه تقسیم می‌شوند. در مدل، اندیس i زیر مجموعه مجموعه j می‌باشد (I_jCT).

۲ - کلیه محصولات در نقاط تولید باید به نقاط مصرف انتقال یابند (یعنی در ترمینال‌های واسطه هیچ محصولی نگهداری نمی‌شود).

۳ - ترمینال‌های واسطه‌ای که ممکن است از آنها جهت انتقال محصولات استفاده نمود دو نوع هستند، یکی ترمینال‌های با ظرفیت کم و دیگری ترمینال‌های با ظرفیت زیاد.

۴ - برای تعیین ترمینال‌های واسطه (از هر نوع)، گزینه‌های مختلفی در نظر گرفته شده‌اند.

۵ - محصولات تولید شده در نقاط تولید I_j را می‌توان به سه صورت انتقال داد.

الف - محصولات تولید شده در نقاط I_j را می‌توان به ترمینال‌های با ظرفیت کم انتقال داد. فرض شده است که ترمینال‌های با ظرفیت کم، فقط در نقاط تولید j می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. این ترمینال‌ها با اندیس kj نمایش داده می‌شود که در آن k بیانگر شماره ترمینال با ظرفیت کم در نقطه تولید j است.

ب - محصولات تولید شده در نقاط I_j را می‌توان به ترمینال‌های با ظرفیت بالا انتقال داد. ترمینال‌های با ظرفیت بالا با اندیس l مشخص می‌شوند.

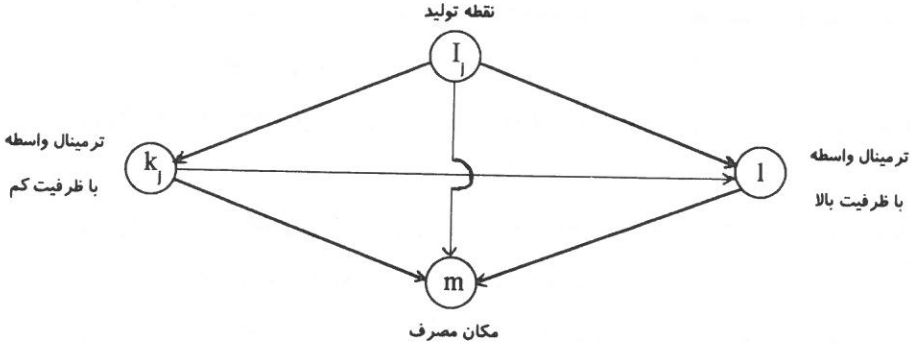
ج - محصولات تولید شده در نقاط I_j را می‌توان مستقیماً به نقاط مصرف انتقال داد. نقاط مصرف با اندیس m مشخص می‌شوند.

٦ - محصولات انتقال یافته به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت کم را می‌توان به دو صورت زیر انتقال داد.

الف - محصولات انتقال یافته به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت کم را می‌توان به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت بالا ارسال نمود.

ب - محصولاتی که به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت پایین انتقال یافته‌اند را می‌توان مستقیماً به نقاط مصرف m حمل کرد.

شکل کلی انتقال محصولات از نقاط تولید به نقاط مصرف در نمودار شماره ۲ نشان داده شده است.



نمودار شماره ۲ - گزینه‌های مختلف انتقال محصولات از مبدأ به مقصد

۷ - وسایل جمع‌آوری و انتقال مختلفی در هر یک از نقاط تولید، ترمینال‌های کوچک و ترمینال‌های بزرگ در دسترس می‌باشند.

۸ - در صورت احداث ترمینال‌های واسطه، هزینه‌های ساخت وجود خواهد داشت.

۹ - در صورت احداث ترمینال‌های واسطه، لازم است به حداقل و حداکثر ظرفیت آنها توجه شود.

۱۰ - انتقال محصول بین دو ترمینال واسطه از یک نوع مجاز نیست.

۱۱ - فرض می‌شود که هزینه انتقال محصولات متناسب با مقدار و مسافت طی شده باشد.

۱۲ - فرض می‌شود که محصولات در مرکز ثقل نقاط تولید جمع‌آوری می‌شود.

۱۳ - فرض می‌شود که نمی‌توان بیش از یک ترمینال با ظرفیت بالا در مجموعه j احداث کرد.

□ ۲ - ۳ - معرفی متغیرهای مدل جامع :

در این قسمت، متغیرها و اختصارهای بکار رفته در مدل معرفی می‌شوند.

$U_{i,j,k,l,n}$: مقدار محصولی که از نقاط تولید I_i به ترمینال کوچک kام مجموعه j با وسیله نوع n انتقال داده می‌شود.

$V_{i,j,l,n}$: مقدار محصولی که از نقطه تولید I_i به ترمینال بزرگ l توسط وسیله نوع n انتقال داده می‌شود.

$W_{I,J,m,n}$: مقدار محصولی که از نقطه تولید I_I مستقیماً به نقطه مصرف m توسط وسیله نوع n انتقال می‌یابد.

$X_{kJ,J,n}$: مقدار محصولی که از ترمینال کوچک kام مجموعه j به ترمینال بزرگ l توسط وسیله نوع n انتقال داده می‌شود.

$Y_{kJ,m,n}$: مقدار محصولی که از ترمینال کوچک kام مجموعه j مستقیماً به سمت نقطه مصرف توسط وسیله نوع n انتقال داده می‌شود.

$Z_{I,m,n}$: مقدار محصولی که از ترمینال بزرگ l به نقطه مصرف m توسط وسیله نوع n انتقال می‌یابد.

$$\left.\begin{array}{ll} ۱ & \text{اگر ترمینال کوچک k در مجموعه j ساخته شود} \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{array}\right\} = T_{kJ}$$

$$\left.\begin{array}{ll} ۱ & \text{اگر ترمینال بزرگ l احداث شود} \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{array}\right\} = S_I$$

$$\left.\begin{array}{ll} ۱ & \text{اگر مکان مصرف m ساخته شود} \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{array}\right\} = R_m$$

□ ۳ - ۳ - معرفی علائم اختصاری مدل جامع :

هزینه‌های وابسته به هر یک از متغیرهای تصمیم را با C و اندیس همان متغیرها نمایش می‌دهیم. برای مثال $C_{I,J,I,n}$ هزینه‌ای است که برای انتقال مقدار معینی از محصول از نقطه تولید I_I توسط وسیله نوع n به ترمینال بزرگ l پرداخت می‌شود.

A_{kJ} : هزینه‌ای که بابت احداث ترمینال کوچک k در مجموعه j پرداخت می‌شود (شامل هزینه زمین، دیوارکشی، تأسیسات مورد نیاز و...).

B_I : هزینه‌ای که احداث ترمینال بزرگ l دربر دارد.

C_m : هزینه‌ای که احداث مکان مصرف دربر دارد (در برخی از مواقع، لازم است که برای نقطه مصرف هزینه‌هایی در نظر گرفت)

$D_{i,j}$: مقدار محصولی که در نقطه تولید I_i تولید می‌شود.

E_{kj}: حداکثر ظرفیت ترمینال کوچک k در مجموعه j.

F_{kj}: حداقل ظرفیت ترمینال کوچک k در مجموعه j.

G_l: حداکثر ظرفیت ترمینال بزرگ l

H_l: حداقل ظرفیت ترمینال بزرگ l

O_j: حداکثر تعداد ترمینال‌های کوچکی که در مجموعه j می‌تواند وجود داشته باشد.

P: حداکثر تعداد ترمینال‌های بزرگی که می‌تواند وجود داشته باشد.

Q: حداکثر نقاط مصرفی که می‌تواند وجود داشته باشد.

α: حداکثر بودجه در دسترس.

□ ۴ - ۳ - شرح مدل جامع :

در این قسمت سعی شده است تا با استفاده از مدل‌های ریاضی، مدل بسط و گسترش داده شود. در حقیقت این قسمت سعی دارد که مقدار انتقال یافته محصولات از هر نقطه تولید به نقطه مصرف را بهینه نماید به طوری که محصولات به گونه‌ای انتقال یابند تا هزینه کل سیستم حداقل گردد.

مدل ارائه شده تلفیقی از مدل برنامه‌ریزی فعلی با متغیرهای صفر و یک است (Mixed Integer Programming: MIP) چراکه اگر از ترمینال‌های واسطه جهت انتقال محصولات استفاده شود، هزینه ثابتی برای راه‌اندازی آنها در نظر گرفته می‌شود و همین هزینه، ممکن است انتقال محصولات از طریق ترمینال‌های واسطه را غیراقتصادی جلوه دهد.

محدودیت‌هایی که در مدل مورد توجه قرار گرفته‌اند شامل محدودیت‌های بودجه، ظرفیت ترمینال‌های واسطه، تعداد آنها، تعداد وسایل نقلیه و... می‌شود.

تابع هدف مدل، تابعی است که در آن هزینه‌های جمع‌آوری محصولات، هزینه‌های انتقال، هزینه‌های ساخت ترمینال‌های واسطه و هزینه‌های نقاط مصرف در آن ملحوظ شده است و قصد بر این است که مقدار تابع هدف به حداقل مقدار ممکنه خود برسد.

□ ۴ - ۳ - ۱ - تابع هدف مدل جامع :

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{ij}} C_{i,j,kj,n} U_{i,j,kj,n} +$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{l=1}^{L} \sum_{n \in N_{ij}} C_{i,j,l,n} V_{i,j,l,n} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n \in N_{ij}} C_{i,j,m,n} W_{i,j,m,n} +$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{l=1}^{L} \sum_{n \in N_{kj}} C_{kj,l,n} X_{kj,l,n} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n \in N_{kj}} C_{kj,m,n} Y_{kj,m,n} +$$

$$\sum_{l=1}^{L} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n \in N_l} C_{l,m,n} Z_{l,m,n} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K_j} A_{kj} T_{kj} +$$

$$\sum_{l=1}^{L} B_l S_l + \sum_{m=1}^{M} C_m R_m$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود تابع هدف، حداقل کردن هزینه‌های انتقال بین مبدأ و مقصدها به همراه هزینه‌های استفاده از سرمایه می‌باشد (شامل هزینه‌های زمین، تسهیلات مورد نیاز، پرسنل و...).

جمله اول در تابع هدف، نشان دهنده هزینه‌های انتقال از نقاط تولید I_j به ترمینال‌های کوچک k_j است که در آن از وسیله نوع n استفاده شده است.

جمله دوم نمایانگر هزینه انتقال محصولات از نقاط تولید I_j به ترمینال‌های بزرگ l است که در آن از وسیله نوع n استفاده به عمل آمده است.

عبارت سوم بیانگر هزینه انتقال از نقاط تولید I_j به طور مستقیم به مکان مصرف محصول توسط وسیله نوع n است.

عبارت چهارم بیان‌کننده هزینه انتقال محصولاتی است که قبلاً به ترمینال‌های کوچک k_j انتقال یافته و قرار است از این ترمینال‌ها به ترمینال‌های بزرگ l با وسیله نوع n ارسال گردند.

جمله پنجم نشان دهنده هزینه انتقالی است که محصول از ترمینال‌های کوچک k_j مستقیماً به سوی مراکز مصرف توسط وسیله نوع n انتقال می‌یابند.

جمله ششم بیان‌کننده هزینه انتقالی است که محصول از ترمینال بزرگ l به مکان مصرف m توسط وسیله نوع n انتقال می‌یابد...

جمله هفتم بیانگر هزینه‌ای است که در صورت استفاده از ترمینال کوچک k_j، بابت ساخت و یا راه‌اندازی آن باید پرداخت شود.

جمله هشتم نشان‌دهنده هزینه‌ای است که در صورت ساخت ترمینال بزرگ l، لازم است پرداخت شود.

عبارت نهم بیانگر هزینه‌هایی هستند که در صورت استفاده از اماکن مصرف m، لازم است پرداخت گردد.

□ ۴ - ۳ - ۲ - محدودیت‌های مدل جامع :

$$\sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{ij}} U_{i,j,k,j,n} + \sum_{l=1}^{L} \sum_{n \in N_{ij}} V_{i,j,l,n} + \sum_{m=1}^{M} \sum_{n \in N_{ij}} W_{i,j,m,n} = D_{i,j}$$

$$(j = 1, \dots, J ; i = 1, \dots, I_j)$$

محدودیت فوق نشان می‌دهد که کلیه محصولات تولید شده در نقاط تولید I_j باید به یکی از ترمینال‌های کوچک k_j، ترمینال‌های بزرگ l و نقاط مصرف m انتقال یابند.

$$\sum_{l=1}^{I_j} \sum_{n \in N_{ij}} U_{i,j,k,j,n} = \sum_{l=1}^{L} \sum_{n \in N_{kj}} X_{kj,l,n} + \sum_{m=1}^{M} \sum_{n \in N_{kj}} Y_{kj,m,n}$$

$$(j = 1, \dots, J ; k = 1, \dots, K_j)$$

محدودیت فوق بیانگر این مطلب است که کلیه محصولات ارسال شده از نقاط تولید I_j به ترمینال‌های کوچک k_j باید برابر مقداری باشد که از این ترمینال‌ها به ترمینال‌های بزرگ l و یا به طور مستقیم به مراکز مصرف m انتقال می‌یابند. (نگهداری محصولات در ترمینال‌های واسطه مجاز نیست.)

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I_j}\sum_{n\in N_{ij}} V_{i,j,l,n} + \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K_j}\sum_{n\in N_{ij}} X_{kj,l,n} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{n\in N_{il}} Z_{l,m}$$

$$(l = 1, \dots, L)$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که کلیه محصولات انتقال یافته به ترمینال‌های بزرگ l باید برابر مقداری باشد که از این ترمینال‌ها به اماکن مصرف m انتقال و ارسال می‌گردند. (نگهداری محصولات در ترمینال‌های واسطه مجاز نیست.)

$$F_{kj}\, T_{kj} \le \sum_{i=1}^{I_j}\sum_{n\in N_{ij}} U_{i,j,kj,n} \le E_{kj}\, T_{kj}$$

$$(j = 1, \dots, J;\ k = 1, \dots, K_j)$$

محدودیت فوق در ارتباط با حداقل و حداکثر ظرفیت ترمینال‌های کوچک است. (در مورد حداقل ظرفیت، از لحاظ اقتصادی بهتر است حداقل ظرفیتی برای ترمینال‌ها در نظر گرفت تا هزینه‌های راه‌اندازی را پوشش دهد.)

$$H_l\, S_l \le \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I_j}\sum_{n\in N_{ij}} V_{i,j,l,n} + \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K_j}\sum_{n\in N_{kj}} X_{kj,l,n} \le G_l\, S_l$$

$$(l = 1, \dots, L)$$

رابطه فوق، حداقل و حداکثر ظرفیت ترمینال‌های بزرگ را نشان می‌دهد.

$$\sum_{k=1}^{K_j} T_{kj} \le O_j \quad (j = 1, \dots, J) \quad \text{که} \quad O_j \ge 0, \quad \text{عدد صحیح}$$

محدودیت فوق، نشان می‌دهد که تعداد ترمینال‌های کوچک در هر مجموعه را می‌توان به یک مقدار معین محدود کرد.

$$\sum_{l=1}^{L} S_l = 1 \quad \text{که} \quad J \geq l \geq 0 \text{ ، عدد صحیح}$$

رابطه فوق، بیانگر این مطلب است که تعداد ترمینال‌های بزرگ را می‌توان به تعداد معینی (l) محدود کرد.

$$\sum_{m=1}^{M} R_m \leq Q \quad \text{که} \quad Q \geq 1 \text{ ، عدد صحیح}$$

این رابطه، بیان می‌کند که تعداد نقاط مصرف را می‌توان به تعداد معینی محدود کرد. باید توجه داشت که لازم است حتماً حداقل یک مکان مصرف وجود داشته باشد.

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K_j} A_{kj} T_{kj} + \sum_{l=1}^{L} B_l S_l + \sum_{m=1}^{M} C_m R_m \leq \alpha$$

محدودیت فوق، بیانگر این است که مجموع کل سرمایه‌گذاری‌ها برای احداث ترمینال‌های کوچک، ترمینال‌های بزرگ و نقاط مصرف، نباید از بودجه در دسترس (α) بیشتر شود.

آخرین محدودیت، مربوط به بزرگتر یا مساوی صفر بودن کلیه متغیرها (به جز متغیرهای که به صورت صفر و یک تعریف شدند) می‌باشد.

البته محدودیت‌های دیگری را نیز می‌توان در مدل قرار داد. از جمله می‌توان به محدودیت‌های تعداد وسایل انتقال در هر مجموعه و یا محدودیت بودجه در هر یک از مجموعه‌های j اشاره کرد. هنگامی که کل مجموعه‌های j دارای مدیریت متمرکزی نباشند طبعاً مقدار بودجه در دسترس برای هر یک از مجموعه‌ها، متفاوت خواهد بود. (در حالت کلی فرض شده است که کلیه مجموعه‌های j دارای یک مدیریت واحد

بوده و لذا کل بودجه، بر روی ترمینال‌های کوچک، بزرگ و مراکز مصرف توزیع شده است.)

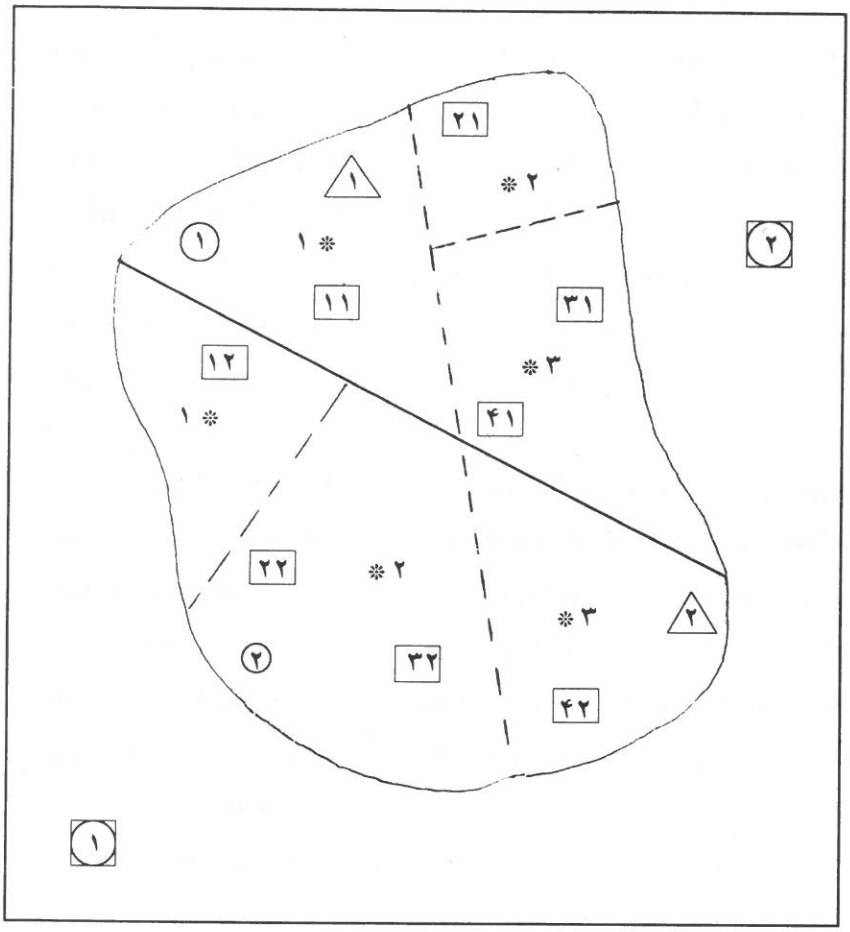
۴ - اعتبار مدل :

به منظور بررسی اعتبار مدل، کافی است یک مسئله فرضی را در نظر گرفته و با حل آن، اعتبار مدل را بررسی نمائیم. بدیهی است که پس از حل، با انجام تجزیه و تحلیل حساسیت هر یک از ضرایب مدل، می‌توان استراتژی‌های بهینه تصمیم‌گیری را مشخص نمود. برای مثال می‌توان با تغییر ظرفیت ترمینال‌های کوچک و بزرگ، اثرات آن را بر جواب بهینه سنجید و با تغییر هزینه‌های ساخت این ترمینال‌ها در تابع هدف، به حساسیت احتمالی این پارامتر در مدل پی برد. به این منظور، مثال زیر مطرح می‌شود.

تصور کنید در شهری ٦ ناحیه تولیدکننده زباله وجود دارد. به منظور تجزیه و تحلیل بهتر، فرض کنید که این شهر دارای ۲ منطقه می‌باشد که هر یک از ۳ ناحیه تشکیل گردیده است. بدیهی است که زباله‌های تولید شده در هر منطقه، باید جمع‌آوری و به سمت اماکن دفن زباله (کارخانجات بازیافت) انتقال یابند. همچنین تصور کنید که دو مکان دفن زباله (کارخانجات بازیافت) در دسترس است.

در هر یک از مناطق شهر، ۴ مکان وجود دارد که از آنها می‌توان برای ساخت ترمینال‌های کوچک بهره گرفت.

همچنین در کل شهر، تنها ۲ مکان را می‌توان یافت که بتوان برای احداث ترمینال‌های بزرگ در نظر گرفت. نمودار شماره ۳ موقعیت کنونی این شهر و گزینه‌هایی که برای ترمینال‌های مختلف در نظر گرفته شده است را به همراه اماکن مصرف نشان می‌دهد.



❊	مرکز ثقل ناحیه
○	شماره منطقه
◻	شماره مکان مصرف
□	شماره ترمینال‌های واسطه کوچک
△	شماره ترمینال‌های واسطه بزرگ
۳ و ۲ و ۱	شماره ناحیه

نمودار شماره ۳: موقعیت کنونی شهر فرضی و ناحیه‌بندی آن به همراه اماکن مختلفی که برای احداث ترمینال‌های بزرگ، کوچک و اماکن مصرف در نظر گرفته شده است.

تصور کنید که هزینه‌های انتقال زباله رابطه مستقیمی با مسافت طی شده دارد. فرض کنید که از سه نوع وسیله نقلیه می‌توان برای انتقال زباله‌ها استفاده کرد. اگر انتقال توسط وسیله نوع ۱ (وانت) انجام شود هزینه آن برابر d، اگر انتقال با وسیله نوع ۲ (کامیون) صورت گیرد هزینه آن ۰/۵d و اگر با وسیله نوع ۳ (تریلر) انجام شود هزینه آن ۰/۲۵d در نظر گرفته می‌شود که در آن d فاصله حمل می‌باشد. وسایل انتقال در دسترس در هر یک از نواحی تولید زباله، ترمینال‌های کوچک و ترمینال‌های بزرگ متفاوت است. در نقاط تولید I_j تنها از وسیله نوع ۱ (وانت) می‌توان استفاده کرد در حالی که در ترمینال‌های کوچک وسیله نوع ۲ (کامیون) و در ترمینال‌های بزرگ وسیله نوع ۳ (تریلر) در دسترس است.

هزینه‌هایی که در مدل به کار می‌رود بر حسب $\frac{\text{ریال}}{\text{تن}}$ در نظر گرفته شده و متغیرها بر حسب مقدار تن زباله بیان شده‌اند. ضرایب تخصیص هزینه برای احداث ترمینال‌های کوچک، ترمینال‌های بزرگ و اماکن دفن یا کارخانجات بازیافت بر حسب ریال در روز (بر حسب ریال در ماه و یا هر پریود زمانی دیگر می‌تواند در نظر گرفته شود) بیان شده است. (فرض شده است که هزینه‌های مربوط به احداث اماکن دفن زباله در برابر هزینه‌های احداث ترمینال‌های کوچک و بزرگ به اندازه‌ای ناچیز است که می‌توان از آن صرف‌نظر نمود).

برای این شهر فرضی، شکل کلی مدل به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{4} C_{i,j,kj,1}\, U_{i,j,kj,1} +$$

$$\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{l=1}^{2} C_{i,j,l,1}\, V_{i,j,l,1} + \sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{m=1}^{2} C_{i,j,m,1}\, W_{i,j,m,1} +$$

$$\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{2} C_{kj,l,2}\, X_{kj,l,2} + \sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{4}\sum_{m=1}^{2} C_{kj,m,2}\, Y_{kj,m,2} +$$

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{m=1}^{2} C_{l,m,3}\, Z_{l,m,3} + \sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{4} A_{kj}\, T_{kj} + \sum_{i=1}^{2} B_i\, S_i +$$

$$\sum_{m=1}^{2} C_m\, R_m$$

S.t.

$$\sum_{k=1}^{4} U_{i,j,k,1} + \sum_{l=1}^{2} V_{i,j,l,1} + \sum_{m=1}^{2} W_{i,j,m,1} = O_{i,j}$$

(j = ۱ و ۲ ; i = ۱ و ۲ و ۳)

$$\sum_{i=1}^{3} U_{i,j,kj,1} - \sum_{l=1}^{2} X_{kj,l,2} - \sum_{m=1}^{2} Y_{kj,m,2} = 0$$

(j = ۱ و ۲ ; k = ۱ و ۲ و ۳ و ۴)

$$\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{3} V_{i,j,l,1} + \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{4} X_{kj,l,2} - \sum_{m=1}^{2} Z_{l,m,2} = 0$$

(l = ۱ و ۲)

$$\sum_{i=1}^{3} U_{i,j,kj,1} - E_{kj} T_{kj} \leq 0$$

(j = ۱ و ۲ ; k = ۱ و ۲ و ۳ و ۴)

$$\sum_{i=1}^{3} U_{i,j,kj,1} - F_{kj} T_{kj} \geq 0$$

(j = ۱ و ۲ ; k = ۱ و ۲ و ۳ و ۴)

$$\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{3} V_{i,j,l,1} + \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{4} X_{kj,l,2} - H_l S_l \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{3} V_{i,j,l,1} + \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{4} X_{kj,l,2} - G_l S_l \leq 0$$

$$\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{4} A_{kj} T_{kj} + \sum_{l=1}^{2} B_l S_l + \sum_{m=1}^{2} C_m R_m \leq \alpha$$

$$\sum_{k=1}^{4} T_{kj} \leq O_j \qquad (j = ۱ و ۲)$$

$$\sum_{l=1}^{2} S_l \leq P$$

$$\text{کلیه متغیرها} \geq ۰$$

با حل این مدل، به شرط معلوم بودن پارامترهای آن، می‌توان مکان بهینه استقرار ترمینال‌های کوچک و بزرگ را پیدا کرد و هزینه انتقال زباله‌ها را نشان داد.

به عنوان مثال فرض کنید که هزینه احداث ترمینال‌های کوچک و بزرگ به ترتیب ۱۰۰ و ۵۰۰ واحد پولی در نظر گرفته شده است. همچنین حداقل ظرفیت ترمینال‌های کوچک و بزرگ به ترتیب ۳۰ و ۱۰۰ و حداکثر ظرفیت آنها به ترتیب ۳۰۰ و ۱۰۰۰ تن باشد. همچنین تصور کنید مقدار زباله تولید شده به ترتیب $O_{۱و۱} = ۱۰۰$، $O_{۲و۱} = ۲۰۰$، $O_{۲} = ۳۰۰$، $O_{۱و۲} = ۴۰۰$، $O_{۲و۲} = ۳۰۰$ و $O_{۳و۲} = ۲۰۰$ باشد. با جایگذاری این اعداد در مدل و حل آن (بدون محدودیت‌های مربوط به بودجه و تعداد ترمینال‌های کوچک و بزرگ)، به جواب زیر دست می‌یابیم. (توسط بسته نرم‌افزاری LINDO).

$T_{۳۱} = T_{۴۱} = T_{۱۲} = T_{۳۲} = S_۱ = S_۲ = ۱$

$V_{۱و۱و۱و۱} = V_{۱و۱و۲و۱} = ۱۰۰$

$U_{۲و۱و۳۱و۱و۱} = V_{۳و۲و۲و۱} = Y_{۳۱و۲و۲} = ۲۰۰$

$U_{۳و۱و۴۱و۱و۱} = U_{۱و۲و۱۲و۱و۱}\ U_{۲و۲و۳۲و۱و۱} = X_{۱۲و۱و۲} = X_{۴۱و۲و۲} = X_{۳۲و۲و۲} = ۱$

$Z_{۱و۲و۳} = ۵۰۰$

$Z_{۲و۲و۳} = ۸۰۰$

$= ۰$ بقیه متغیرها

$= ۷۴۷۵$ مقدار تابع هدف

می‌توان متوجه شد که در این مسئله، از مکان دفن زباله ۱ استفاده به عمل نیامده است چراکه فاصله آن از هر یک از مراکز ثقل نواحی، ترمینال‌های واسطه کوچک و ترمینال‌های واسطه بزرگ نسبت به مکان دفن زباله ۲ زیادتر است. همچنین از ۸ گزینه پیشنهادی برای ساخت ترمینال‌های واسطه کوچک، تنها ۴ مکان انتخاب شده است در حالیکه هر دو گزینه‌ای که برای احداث ترمینال‌های بزرگ مدنظر قرار گرفته بودند انتخاب گردیده و احداث آنها در این حالت، اقتصادی می‌باشد.

از مجموع ۱۵۰۰ تن زباله تولید شده در مناطق ۱ و ۲، مقدار ۱۳۰۰ تن از طریق ترمینال‌های بزرگ ۱ و ۲ انتقال یافته است و این خود دلالت به این دارد که حمل از طریق ترمینال‌های واسطه، اقتصادی می‌باشد (به خصوص وقتی که اماکن مصرف در فاصله نسبتاً دوری نسبت به نقاط تولید قرار داشته باشد) و ۲۰۰ تن باقیمانده ($y_{۳۱,۲,۲}$=۲۰۰) به طور مستقیم از ترمینال کوچک ۳۱ به مکان دفن زباله ۲ انتقال می‌یابد. همچنین تخصیص وسایل نقلیه را با توجه به جواب‌ها می‌توان انجام داد. اگر فرض کنیم که ظرفیت هر بار حمل یک تریلر ۳۰ تن باشد و هر تریلر در روز بتواند ۲ بار عمل انتقال را انجام دهد لذا هر تریلر می‌تواند روزانه ۶۰ تن زباله را انتقال دهد. حال با توجه به اینکه ترمینال‌های بزرگ ۱ و ۲ در روز به ترتیب ۵۰۰ و ۸۰۰ تن زباله را انتقال می‌دهند می‌توان مقدار تخصیص یافته تریلر به هر ترمینال بزرگ را به صورت زیر مشخص کرد.

$$\text{تعداد تریلر مورد نیاز برای ترمینال واسطه بزرگ ۱} = \frac{۵۰۰}{۶۰} = ۸/۳ \approx ۸$$

$$\text{تعداد تریلر مورد نیاز برای ترمینال واسطه بزرگ ۲} = \frac{۸۰۰}{۶۰} = ۱۳/۳ \approx ۱۳$$

بنابراین در هر روز برای انتقال زباله‌ها از طریق ترمینال‌های واسطه بزرگ، نیاز به ۲۱ الی ۲۲ تریلر است که باید زباله‌ها را در عرض یک مدت زمان معین (مثلاً ۱۶ ساعت) به اماکن دفن زباله انتقال دهند.

نکته دیگری که از تجزیه و تحلیل این مسئله نتیجه می‌شود این است که مکان‌های انتخاب شده، چه برای ترمینال‌های کوچک و چه برای ترمینال‌های بزرگ، از حداقل

ظرفیت خود بیشتر استفاده کرده‌اند و این دلیلی است بر اینکه استفاده از ترمینال‌های واسطه جهت حمل محصولات، اقتصادی و مقرون به صرفه است.

❐ ۵ - کاربرد مدل :

مثال ذکر شده قسمت قبل را می‌توان گسترش داد و برای شهری مثل تهران، در نظر گرفت. البته لازم است که اطلاعات مربوط به میزان تولید روزانه زباله، هزینه‌های ساخت ترمینال‌ها، مکان‌هایی که دارای کاربری خدمات شهری در مناطق مختلف تهران هستند، سیاست‌های شهرداری در خصوص زباله و غیره را جمع‌آوری کرد تا بتوان پارامترهای مدل را به دست آورد. آنچه که در این مقاله مهم است و مورد توجه قرار گرفت این موضوع است که با مدل ارائه شده در صورت داشتن پارامترها، می‌توان وضعیت سیستم حمل و نقل زباله را در تهران بهبود بخشید و از هزینه‌های حمل و نقل کاست. در کنار آن با احداث برخی از ترمینال‌های کوچک و بزرگ، نه تنها سرمایه گذاری روی دستگاه‌ها و تجهیزات انجام می‌شود که می‌تواند در آینده به مدت طولانی کارخانجات بازیافت برای تبدیل زباله‌ها به منظور استفاده در مصارف صنعتی توجیه‌پذیر شود.

❐ نتیجه‌گیری :

از آنجایی که بخش مهم و قابل توجهی از هزینه‌های مؤسسات تولیدی و خدماتی را هزینه‌های حمل و نقل تشکیل می‌دهند لذا با استقرار مناسب ایستگاه‌های حمل و نقل واسطه، می‌توان به مقدار قابل توجهی از اینگونه هزینه‌ها کاست.

در این مقاله سعی شد تا به معرفی و ارائه یک مدل مکان‌یابی تسهیلات پرداخته شود. در مدل‌های مکان‌یابی سیستم‌های خدمات عمومی (نظیر استقرار ایستگاه‌های آتش‌نشانی، استقرار ایستگاه‌های خدمات درمانی و یا استقرار ایستگاه‌های خدمات شهری)، هزینه عملیاتی سیستم و مکان استقرار ایستگاه‌های خدمات، با هم ارتباط نزدیکی دارند. هدف نهایی این مقاله، رسیدن به این نکته بود که اگر در نقاط تولید، مقدار بسیار زیادی محصول تولید شود و بخواهد به نقاط مصرف انتقال داده شود، آنگاه با استفاده از ترمینال‌های واسطه، می‌توان مجموع هزینه‌های حمل و نقل سیستم

راکاهش داد هر چند که برای راه‌اندازی ایستگاه‌ها یا ترمینال‌های واسطه، لازم است متحمل هزینه‌های ثابت گردید.

منابع :

1 - BEUACICCO, A., S. Cossetto., And A.G. WILSON. 1987. ***Dynamic Models for Person Transportation and their Relationship to Urban Structure and Change.*** European Journal of Operational Research 31. 209 - 214.

2 - DREZNER, Z., And G.O. Wesolowsky. 1985. ***Location of Multiple Obnoxious Facilities.*** Operation Research Society of America. Vol 19. 193 - 202.

3 - KHAN, M.A. 1987. ***Solid - Waste Disposal With Transfer Station*** : An Application of the Fixed - Charge Location Problem.

4 - KIRKA, O., And N. ERKIP. 1988. ***Selecting Transfer Station Locations for Large Selid Waste Systems.*** European Journal of Operational Research 38. 339 - 349.

5 - LEE, S.B., And H.LUSS. 1987. ***Multi Facility Type Capacity Expansion Planning*** : Algorithms and Compexities Operations Research Society of America. Vol 35. 249 - 253.