تبدیل نرخ مرکزی مرگ و میر به نرخ احتمالی در جدول عمر خلاصه

دکتر حسن سرایی*

«چکیده»

مشکل اصلی روش‌شناختی در ساختن جدول عمر خلاصه، تبدیل نرخ مرکزی به نرخ احتمالی مرگ و میر است. در این مقاله، این مشکل مطرح شده و راههای فائق آمدن برآن توضیح داده شده است. به بیان دیگر، سه روش اصلی تبدیل مزبور - با فرض یکنواختی توزیع مرگ، روش گریویل و روش ریدومرل - معرفی گردیده و با استفاده از تقریبی از نرخهای مرکزی مرگ و میر ایران در سال **۱۳۶۵** توضیح داده شده است.

جدول عمر(۱) مهمترین ابزار تحلیلی جمعیت شناس است. بدون دسترسی به جدول عمر، یا بدون دسترسی به اطلاعات مقتضی برای ساختن آن، تحلیل جمعیت محدود به تحلیلهای مقدماتی است. به بیان دیگر، بدون دسترسی به جدول عمر تحلیلهای تکنیکی جمعیت‌شناسی، علی‌الخصوص در شاخهٔ حرکات جمعیت، لنگ

---

*. عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

۱. جدول عمریا کامل (Complete) است یا خلاصه (Abridged). جدول عمر خلاصه برحسب گروههای سنی چند ساله ساخته می‌شود، حال آنکه در جدول عمر کامل گروههای سنی ۱ ساله یا منفرد است.

می‌ماند. از اینرو، جمعیت‌شناس باید جدول عمر را خوب بشناسد و در صورت دسترسی به آمارهای مقتضی، آنرا بسازد.

مهمترین مشکل روش‌شناختی در ساختن جدول عمر، تحمیل فکر طولی به اطلاعات مقطعی و ،در نتیجهٔ آن، تبدیل نرخهای مرکزی مرگ و میر($_nm_x$) به نرخهای احتمالی مرگ و میر ($_nq_x$) است[۱]. در این مقاله مشکل مزبور مطرح و راههای معمول برخورد با آن به اختصار بررسی می‌شود.

طرح مشکل

جدول عمر را برای نسل (Cohort) می‌سازند. اگر نسلی در میان نباشد ساختن جدول عمر هم در واقع نامیسر است. بنابراین، فکری که در پس جدول عمراست در اصل فکر مطالعهٔ طولی است. البته، نسلی که برای آن جدول عمر ساخته می‌شود می‌تواند واقعی یا فرضی باشد.

جدول عمر طولی (Longitudinal Life-table) یا نسلی (Generation Life-table) را برای نسل واقعی (Real Cohort) می‌سازند. نسل واقعی نسلی است که دریک مقطع زمانی در گذشته به دنیا آمده، در جریان زمان زیسته، با از دست دادن تدریجی اعضایش به تدریج تحلیل رفته و در نهایت با مرگ آخرین بازمانده‌اش منقرض شده است (یا منقرض خواهد شد). پیداست که نسلهای واقعی نسلهای تجربی و تاریخی‌اند و اطلاعات راجع به تولد، زندگی و مرگ این نسلها معمولاً یا موجود نیست یا ناکافی و نارساست و در صورتی که نسل بازمانده‌ای در قید حیات داشته باشد، اضافه برمشکلات مزبور، ناتمام هم هست.

لذا، جدول عمر طولی به ندرت ساخته می‌شود. جداول عمر موجود[۲] عموماً مقطعی (Cross-sectional) یا به تعبیر دیگر، دوره‌ای (Priod) یا جاری (Current)

۱. یادآوری می‌کنیم که نرخ مرکزی (Central rate) مناسب مطالعه مقطعی و نرخ احتمالی (Probability rate) برازندهٔ مطالعهٔ طولی است.

۲. لغات مقطعی، جاری، و دوره‌ای در این جا مترادف‌اند. اگر مقطع یا دورهٔ زمانی مرجع یک سال تقویمی باشد جدول عمر سالیانه است.

(معمولاً سالیانه)اند. جدول عمر مقطعی، دوره‌ای یا جاری برحسب اطلاعات مقتضی مقطعی یا جاری - نرخهای مرگ و میر سال معین یا معدل این نرخها برای چندسال متوالی - ساخته می‌شود. حال، این سوال پیش می‌آید: چطور می‌شود با استفاده از نرخهای مرکزی که از مطالعهٔ مقطعی بیرون می‌آید ابزاری را ساخت که باید برای نسل ساخته شود و لذا ساختنش مستلزم مطالعهٔ طولی است؟

جواب جمعیت‌شناسان به سوال مزبور بسیار خلاقانه است. آنها موفق شده‌اند، از طریق واردکردن یک نسل فرضی (Hypothetical Cohort)، فکر طولی را بر اطلاعات مقطعی (نرخهای مرکزی مرگ و میر سال معین) تحمیل کنند و برای آن نسل فرضی برحسب اطلاعات جاری واقعی (تجربهٔ مرگ و میر جمعیت مورد نظر در سال معین) جدول عمر بسازند. چنین جدول عمری، جدول عمر مقطعی، دوره‌ای، یا جاری است.[۱]

پیداست که جدول عمر مقطعی یا جاری هم، نظیر جدول عمر طولی یا نسلی، برای نسل ساخته می‌شود. ولی، برخلاف جدول عمر طولی که در آن نسل واقعی است در جدول عمر مقطعی نسل فرضی است. بنابراین، جدول عمر مقطعی، به جای آنکه معرّف تجربهٔ مرگ و میر یک نسل واقعی باشد، نشان‌دهندهٔ مرگ و میر یک نسل فرضی است که در طول حیاتش از تجربهٔ مرگ و میر یک جمعیت واقعی در مقطع زمانی معین (معمولاً یک سال تقویمی) تبعیت کرده باشد.

بگذارید با آوردن مثالی به مباحث انتزاعی مزبور عینیت بیشتری ببخشیم. فرض کنید نرخهای اختصاصی (برحسب سن) مرگ و میر ایران سال ۷۰ در دست باشد و ما بخواهیم با استفاده از اطلاعات مزبور برای سال ۷۰ ایران یک جدول عمر بسازیم. (تقریب گزیده‌ای از نرخهای اختصاصی مرگ و میر ایران سال ۷۰ تحت عنوان ${}_nM_x$ در جدول ۱ آورده شده است).[۲] پیداست که اطلاعات ما مقطعی (مربوط به سال ۷۰)

۱. جداول عمر عموماً مقطعی و معمولاً سالیانه‌اند، بنابراین، هرجا اصطلاح "جدول عمر" بدون مشخص کردن نوع آن آورده شود منظور جدول عمر مقطعی است.

۲. این نرخها از آمارهای حیاتی ایران استخراج نشده‌اند، بلکه با فرض امید زندگی ۶۵ سال برای این سال که منطبق است برجدول عمر الگوی غرب، سطح ۱۷ زنان (سازمان ملل، ۱۹۶۹، ص ۹۰) برآورد شده‌اند. بنابراین،

بقیه زیرنویس در صفحهٔ بعد

است، حال آنکه برای ساختن جدول عمر باید نسلی در میان باشد. بنابراین باید نسلی فرضی را وارد کنیم و برای آن نسل فرضی برحسب اطلاعات مقطعی واقعی (وضعیت مرگ و میر ایران در سال ۷۰) یک جدول عمر (مقطعی) بسازیم.

فرض کنید نسلی از نوزادان شامل ۱۰۰۰۰۰ نفر ($l_{۰}$ = ۱۰۰۰۰۰) به دنیا بیایند و مرگ و میر این نسل فرضی در دورهٔ سنی x تا n + x از حیاتش ($_nm_x$) تابع نرخ اختصاصی مرک و میر در گروه سنی متناظر در جمعیت ایران سال ۷۰، $_nM_x$، باشد. مثلاً، نرخ مرکزی مرگ و میر نسل فرضی از ۰ تا ۱ سالگی ($_{۱}m_{۰}$) تابع $_{۱}M_{۰}$ (نرخ مرکزی مرگ و میر زیر ۱ ساله‌ها) در ایران سال ۷۰ (=۰/۰۷۴۵) باشد. $_{۴}m_{۱}$ نسل (نرخ مرکزی مرگ و میر نسل در فاصله ۴ - ۱ سالگی) تابع $_{۴}M_{۱}$ (نرخ مرکزی مرگ و میر ۴ - ۱ ساله‌ها) در ایران سال ۷۰ (=۰/۰۰۸۵) باشد. همینطور تا آخرین گروه سنی که در آن $_{\infty}M_{۸۰}$ نسل مساوی $_{\infty}M_{۸۰}$ ایران سال ۷۰ مساوی ۰/۱۹۳۸ است. حال برای این نسل فرضی برحسب اطلاعات جاری واقعی (نرخهای مرکزی مرگ و میر ایران بر حسب سن در سال ۷۰) می‌توانیم یک جدول عمر بسازیم. (نگاه کنید به جدول ۱.)

جدول ۱ - اطلاعات و مفروضات اساسی برای ساختن جدول عمر ایران در سال ۷۰

سن x تا x + n	$_nM_x$	$_nm_x$	$_nq_x$	l_x
۰ تا ۱	۰/۰۷۴۵	۰/۰۷۴۵		۱۰۰۰۰۰
۱ تا ۵	۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۸۵		
۵ تا ۱۰	۰/۰۰۲۲	۰/۰۰۲۲		
.				
.				
۸۰ تا ∞	۰/۱۹۳۸	۰/۱۹۳۸		

$_nM_x$ نرخ مرکزی مرگ و میر برحسب سن برای ایران سال ۷۰ است.

$_nm_x$ نرخ مرکزی مرگ و میر برحسب سن برای نسل فرضی است.

$_nq_x$ نرخ احتمالی مرگ متناظر بر $_nm_x$ است.

l_x تعداد نسل در سن دقیق x است.

بقیه از صفحهٔ قبل

نرخهای مزبور نشان‌دهندهٔ تقریبی از وضعیت مرگ و میر در ایران سال ۷۰ هستند. (نرخهای مزبور برای همهٔ گروههای سنی در جدول ۲ آورده شده است.)

می‌دانید که در مطالعه طولی نسلی را در زمان دنبال می‌کنند و وقوع واقعه یا وقایع مورد نظر را در مورد اعضاء آن مشاهده می‌کنند. در این جا هم ما نسلی را، هرچند فرضی، در زمان دنبال می‌کنیم. بنابراین، مطالعهٔ ما طولی است. در مطالعهٔ طولی، همان طور که می‌دانید، نرخ احتمالی است، حال آنکه نرخهای مرگ و میری که این نسل فرضی در معرض آنهاست ($_nm_x$) مرکزی است. لذا، نرخهای مرکزی ($_nm_x$) را باید به نرخهای احتمالی ($_nq_x$) تبدیل کنیم.

تبدیل نرخ مرکزی ($_nm_x$) به نرخ احتمالی ($_nq_x$)

تبدیل نرخ مرکزی مرگ ومیر ($_nm_x$) به احتمال مرگ ($_nq_x$) اولین و مهمترین قدم در ساختن جدول عمر مقطعی یا (به طور خلاصه) جدول عمر است. جمعیت‌شناسان راههای مختلف برای رسیدن به این مقصود بررسی کرده‌اند. در این جا، ما سه راه جاافتاده‌تر را معرفی می‌کنیم. در اولین راه که زمینهٔ طرح و فهم دو راه دیگر است، فرض می‌شود که توزیع مرگ داخل هر گروه سنی n ساله یکنواخت است. دو راه دیگر، نایکنواختی توزیع مرگ را در داخل گروههای سنی، علی‌الخصوص گروههای سنی اواخر پیوستارسن، ملحوظ می‌دارند.

تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ با فرض یکنواختی توزیع مرگ

دورهٔ زمانی مرجع در نرخهای مرکزی مرگ ($_nm_x$) عموماً یک سال تقویمی است. به بیان دیگر، این نرخها معمولاً سالیانه‌اند و به صورت "در سال" بیان می‌شوند. حال آنکه دورهٔ زمانی مرجع نرخهای احتمالی در جدول عمر خلاصه n سال است. اضافه برآن، جمعیت در معرض مرگ در نرخ مرکزی مرگ ($_nm_x$)، جمعیت میانهٔ دوره زمانی است. حال آنکه جمعیت در معرض مرگ در نرخ احتمالی مرگ ($_nq_x$) جمعیت یا (به تعبیر دقیقتر) تعداد نسل در آغاز دورهٔ سنی (l_x) است. بنابراین، در تبدیل نرخهای مرکزی به نرخهای احتمالی، اضافه بر تعداد جمعیت در معرض مرگ، نابرابری در دورهٔ

زمانی مرجع را هم باید به حساب آوریم.

برای آنکه مشکل نابرابری در دورهٔ زمانی مرجع را نداشته باشیم، ابتدا اولین گروه سنی (۰ تا ۱ سالگی) را انتخاب می‌کنیم و با فرض یکنواختی توزیع مرگ داخل این گروه سنی، $_1m_0$ به $_1q_0$ تبدیل می‌کنیم.[۱] سپس، فرمول عمومی این شیوه را می‌آوریم که درآن، اضافه بر تعدیل برای جمعیت در معرض مرگ، نابرابری در دورهٔ زمانی هم به حساب آمده است.

بازگردیم به فرض اساسی جدول عمر مقطعی. فرض کردیم نسلی متشکل از ۱۰۰۰۰۰ نوزاد به دنیا بیاید[۲] و نرخ مرکزی مرگ این نسل ($_1m_0$ نسل) مساوی نرخ مرکزی مرگ ۰ تا ۱ ساله‌ها در ایران سال ۷۰ (۰/۰۷۴۵ =) باشد:

$_1M_0 =$ ۰/۰۷۴۵ جمعیت واقعی $= {}_1m_0$ نسل فرضی

حال، سوالی که مطرح می‌شود این است: احتمال مرگ هریک از آن ۱۰۰۰۰۰ نفر از آغاز تا ۱ سالگی ($_1q_0$)، اگر نرخ مرکزی مرگ‌شان ۰/۰۷۴۵ باشد، چقدر است؟

فرمول نرخ مرکزی مرگ ($_1m_0$) را برای نسل در پایین می‌آوریم:

$$_1m_0 = \frac{_1d_0}{_1p_0}$$

در این فرمول:

$_1m_0$ نرخ مرکزی مفروض مرگ برای نسل از ۰ تا ۱ سالگی است.

$_1d_0$ تعداد مرگ نسل از ۰ تا ۱ سالگی است.

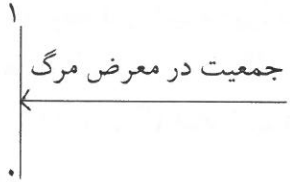
$_1p_0$ تعداد نسل در وسط این دورهٔ زمانی (۰ تا ۱ سالگی) است.

این نرخ ($_1m_0$) مرکزی است و جمعیت در معرض مرگ در آن جمعیت وسط دورهٔ سنی (۰ تا ۱ سالگی) است (نگاه کنید به شکل ۱). اگر به جای تعداد نسل در وسط ۰ تا ۱ سالگی، تعداد نسل در آغاز این دوره سنی را قرار می‌دادیم، آنوقت نرخ مرکزی ($_1m_0$) به نرخ احتمالی ($_1q_0$) تبدیل می‌شد.

---

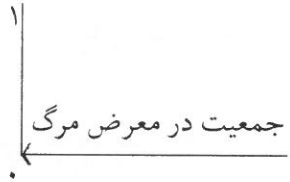
۱. کاربرد فرض یکنواختی توزیع مرگ در فاصلهٔ سنی ۰ تا ۱ سالگی صرفاً ارزش آموزشی دارد. همانطور که بعداً ملاحظه خواهیم کرد، برای برآورد $_1q_0$ معمولاً از راههای دیگر استفاده می‌شود.

۲. یادآوری می‌کنیم: این نسل فرضی است.



شکل ۱ – نمایش $_1m_0$ برای نسل

(نگاه کنید به شکل ۲).

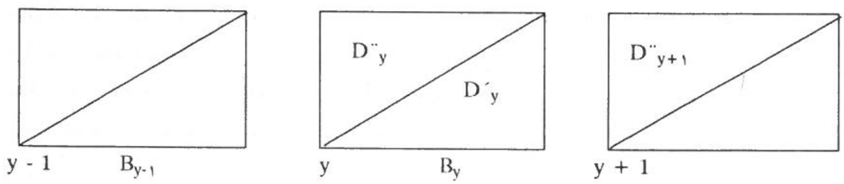


شکل ۲ – نمایش $_1q_0$ برای نسل

با فرض یکنواختی توزیع مرگ داخل این دورهٔ سنی (۰ تا ۱ سالگی) ، نصف مرگهای نسل از ۰ تا ۱ سالگی در نیمهٔ اول این دورهٔ سنی باید واقع شده باشد.[1] این

---

۱. اگر نظام بالنسبه کارآمدی برای ثبت مرگ موجود باشد، $_1q_0$ را با استفاده از اطلاعاتی که از آن نظام بیرون می‌آید می‌توان مستقیماً برآورد کرد. فرض کنید در سال y نسلی شامل B_y نوزاد به دنیا بیاید. این نوزادان چون زنده به دنیا آمده‌اند در معرض مرگ‌اند. فرض کنید D'_y نفر از آن نوزادان در همان سال تقویمی و D''_{y+1} نفر از آنها در سال تقویمی بعد (y + 1) قبل از رسیدن به خط ۱ سالگی فوت کنند (نگاه کنید به شکل ۳).



سال تقویمی

شکل ۳ – بیان نموداری اطلاعات برای محاسبه $_1q_0$

[فکر عرضهٔ مطلب بدین صورت، مأخوذ است از پرسا (Pressat). ۱۹۷۲، ص ۱۱۳ و شرایاک و سیگل، ۱۹۷۱، جلد ۲، ص ۴۱.]

حال، اگر نظام ثبت وقایع حیاتی اطلاعات راجع به B_y، D'_y و D''_{y+1} را در اختیار ما بگذارد (مانند فرانسه) به

بقیه زیرنویس در صفحهٔ بعد

تعداد که در آغاز دورهٔ سنی زنده بوده‌اند و تا نیمهٔ دورهٔ سنی ۰ تا ۱ سالگی مرده‌اند شامل $_1p_0$ (تعداد نسل در وسط دورهٔ سنی ۰ تا ۱ سالگی) نمی‌شوند. حال، اگر تعداد مردگان تا وسط دورهٔ سنی ($_1d_0$) $\frac{1}{2}$ را بر $_1p_0$ اضافه کنیم تعداد نسل در آغاز دورهٔ سنی (در این مورد، $_0$) تقریب می‌شود:

$$_1p_0 + \frac{1}{2}(_1d_0) = \text{تعداد نسل در آغاز دورهٔ سنی}$$

در آن صورت، نرخ احتمالی مرگ از ۰ تا ۱ سالگی از این قرار برآورد می‌شود:

$$_1q_0 = \frac{_1d_0}{_1p_0 + 1/2(_1d_0)}$$

$$= \frac{2(_1d_0)}{2(_1p_0) + {_1d_0}}$$

بقیه از صفحهٔ قبل

راحتی می‌توانیم $_1q_0$ را مستقیماً از آمارهای حیاتی محاسبه کنیم:

$$_1q_0 = \frac{D'_y + D''_{y+1}}{B_y}$$

در اغلب کشورها یا آمارهای دقیقی راجع به مرگ و میر زیر ۱ ساله‌ها در دست نیست (نظیر ایران) و یا تعداد مرگ زیر ۱ ساله‌ها (D_y) به طور کلی صرفنظر از سال تولد عرضه می‌شود (نظیر ایالات متحده). در حالت اخیر اگر بدانیم که چه نسبتی از تعداد مرگ در سال y (D_y) متعلق به همان سال تقویمی است.

$$f'_y = D'_y/D_y$$

و چه نسبتی متعلق به متولدین سال قبل است (f''_y)،

$$f''_y = D''_y/D_y$$

بازهم می‌توانیم D'_y و D''_y را برآورد کنیم: $D'_y=f'(D_y)$, $D''_y=f''(D_y)$

حال اگر صبر کنیم تا سال y+1 و D'_{y+1} و D''_{y+1} را هم برآورد کنیم، $_1q_0$ را بازهم می‌توانیم با استفاده از فرمول فوق‌الذکر تقریب کنیم.

ممکن است نخواهیم منتظر آمارهای سال y+1 شویم تا $_1q_0$ را برای نسل متولدین سال y برآورد کنیم. در آنصورت، می‌توان فرض کرد که D''_{y+1}/B_y مساوی D''_y/B_{y-1} است، سپس با استفاده از فرمول زیر $_1q_0$ را برآورد کرد:

$$_1q_0 = \frac{D'_y}{B_y} + \frac{D''_y}{B_{y-1}} = \frac{f'(D_y)}{B_y} + \frac{f'(D_y)}{B_{y-1}}$$

در هرحال $_1q_0$ حتی‌المقدور از آمارهای حیاتی بیرون می‌آید. حتی اگر آمارهای دقیقی راجع به مرگ و میر زیر ۱ ساله‌ها در دست نباشد، تقریب نرخ مرگ و میر اطفال را -گرچه به معنی واقعی آن نرخ احتمالی نیست- می‌توان به جای $_1q_0$ نشاند. [در جدول عمرهای ساخته شده در میزانهای حیاتی ایران چنین کاری صورت گرفته است. (نگاه کنید به نهاپتیان و خزانه، ۱۳۵۶).]

این فرمول را می‌توان برای همهٔ مواردی که دورهٔ سنی ۱ ساله است و فرض ی‌شود که توزیع مرگ در داخل دورهٔ سنی یکنواخت است تعمیم داد :

$$ {}_1q_x = \frac{2({}_1d_x)}{2({}_1p_x)+{}_1d_x} $$

با چند عمل جبری می‌توان این معادله را به صورتی درآورد که در سمت راست ـعادله تنها ${}_nm_x$ متغیر باشد :

$$ {}_1q_x = \frac{2({}_1d_x)/{}_1p_x}{[2({}_1p_x) + {}_1d_x]/{}_1p_x} $$

$$ = \frac{2({}_1d_x/{}_1p_x)}{2({}_1p_x/{}_1p_x)+({}_1d_x/{}_1p_x)} $$

$$ = \frac{2({}_1m_x)}{2+{}_1m_x} $$

حال ، ازاین معادله [1] استفاده می‌کنیم و ${}_1q_0$ را از ${}_1m_0$ (= ۷۴۵ ٪) ـستخراج می‌کنیم :

$$ {}_1q_0 = \frac{2({}_1m_0)}{2+{}_1m_0} $$

$$ = \frac{2(0/0745)}{2+0/0745} $$

$$ = 0/07182 $$

به تعبیر دیگر، اگر فرض کنیم مرگ و میرنسل از ۰ تا ۱ سالگی داخل این دوره ـنی یکنواخت توزیع شده است، ${}_1q_0$ متناظر با ${}_1m_0$(= ۰/۰۷۴۵) مساوی ۰/۰۷۱۸۲ ی‌شود. یعنی، احتمال اینکه هر یک از ۱۰۰۰۰۰ نفر به خط ۱ سالگی نرسد ۰/۰۷۱۸۲ ـست.

[1] در واقع روش اصلی تبدیل ${}_1m_x$ به ${}_1q_x$ در جدول عمر کامل همین معادله است.

$_1q_x$ کوچکتر از $_1m_x$ است، زیرا مخرج $_1q_x$ $[=(_1d_x)\frac{1}{2}+{}_1p_x]$ بزرگتر از مخر
$_1m_x(={}_1p_x)$ است. در واقع ، در گروههای سنی چند ساله هم همین معنا صدق می‌کنند

$${}_xq_x<n({}_nm_x)$$

با فرض توزیع یکنواخت مرگ در داخل دورهٔ سنی ، فرمول عمومی تبدیل نر
مرکزی $({}_nm_x)$به نرخ احتمالی $({}_nq_x)$برای دورهٔ سنی n ساله از این قرار است:

$${}_nq_x=\frac{2n({}_nm_x)}{2+(n)({}_nm_x)}$$

در این معادله n طول دورهٔ سنی است.

$_nm_x$نرخ مرکزی مرگ در دورهٔ سنی x تا x+nاست

$_nq_x$ نرخ احتمالی مرگ در دورهٔ سنی x تا x+nاست.

استدلالی که در ارتباط با دورهٔ سنی یک ساله اقامه گردید در مورد این فرمول ه
عیناً صدق می‌کند :

$${}_nq_x=\frac{n({}_nd_x)}{{}_np_x+\ n/2({}_nd_x)}$$

$$=\frac{[n({}_nd_x)]/{}_np_x}{[{}_np_x+n/2({}_nd_x)]/{}_np_x}$$

$$=\frac{n({}_nd_x/{}_np_x)}{({}_np_x/{}_np_x)\ +\ n/2({}_nd_x/{}_np_x)}$$

$$=\frac{n({}_nm_x)}{1+n/2({}_nm_x)}$$

$$=\frac{2n({}_nm_x)}{2+n({}_nm_x)}$$

این فرمول شکل عمومی فرمولی است که در ارتباط با دورهٔ سنی ۱ ساله مطر
گردید. لذا، اگر n را مساوی ۱ بگیریم، فرمول مناسب با دورهٔ سنی ۱ ساله حاصل
می‌شود :

$${}_1q_0=\frac{2\ (1)\ ({}_1m_x)}{2+(1)({}_1m_x)}$$

$$=\frac{2({}_1m_x)}{2+{}_1m_x}$$

حال بگذارید با استفاده از این فرمول $_5q_{65}$ را (به عنوان مثال) از $_5m_{65}$ ستخراج کنیم.

$$_5q_{65} = \frac{2(5)(_5m_{65})}{2+(5)(_5m_{65})}$$

$$= \frac{2(5)\,(0/0356)}{2+(5)\,(0/0356)}$$

$$= 0/16345$$

ه تعبیر دیگر، احتمال اینکه هریک از بازماندگان نسل در سن دقیق ۶۵ سالگی به خط ۷۰ سالگی نرسد ۰/۱۶۳۴۵ است. با فرض یکنواختی توزیع مرگ در داخل گروه سنی x تا x+n با استفاده از همین فرمول و با پیروی از همین شیوه می‌توان هر $_nq_x$ دیگر را از $_nm_x$ متناظر برآن بیرون کشید. (برای لیست کامل $_nm_x$ و نتایج تبدیل آنها به $_nq_x$ با فرض یکنواختی توزیع مرگ داخل گروه سنی x تا x+n ، نگاه کنید به جدول ۲.)

فرمول مزبور در مورد آخرین فاصله سنی کاربرد ندارد. به تعبیر دیگر، $_\infty q_x$ از $_\infty m_x$ در نمی‌آید. در مثال ما آخرین گروه سنی ۸۰ تا ∞ بود. بنابراین، $_\infty q_{80}$ معرف حتمال مرگ هریک از بازماندگان نسل در سن ۸۰ سالگی پس از این سن (تا سن ∞) ست. پیداست که هریک از بازماندگان نسل در سن دقیق ۸۰ سالگی، بالاخره می‌میرد. لذا، $_\infty q_{80}$ مساوی کل احتمال است، و چون نرخهای احتمالی نسبت به واحداند کل حتمال مساوی ۱/۰۰۰۰۰ است:

$$_\infty q_{80} = 1/00000$$

تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ به روش گریویل

گریویل (1943 و Greville) برای تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ معادله‌ای را ارائه می‌کند که درآن نایکنواختی توزیع مرگ در داخل گروههای سنی ملحوظ شده است. معادلهٔ گریویل این است:

$$ {}_nq_x = \frac{{}_nm_x}{۱/n + {}_nm_x\,[۱/۲ + n/۱۲\,({}_nm_x - ۰/۰۹۵)]} $$

در این معادله، اضافه بر n (فاصلهٔ سنی برحسب سال) و ${}_nm_x$ (نرخ مرکزی مرگ و میر در گروه سنی x تا $x + n$)، عدد ثابت ۰/۰۹۵ هم حضور دارد.

این معادله در واقع شکل اصلاح شدهٔ معادله‌ای است که با فرض یکنواختی توزیع مرگ داخل گروههای سنی پیش از این معرفی گردید. با انجام چند عمل جبری، معادلهٔ گریویل را می‌توان بدین صورت درآورد:

$$ {}_nq_x = \frac{۲n\,({}_nm_x)}{۲+(n)\,({}_nm_x)[۱+n/۶\,({}_nm_x - ۰/۰۹۵)]} $$

معادلهٔ گریویل، بدین صورت، با معادلهٔ مبتنی بر فرض یکنواختی توزیع مرگ[۱] قابل مقایسه است. این مقایسه نشان می‌دهد که در معادلهٔ گریویل، برای تعدیل نایکنواختی توزیع مرگ، جملهٔ $n({}_nm_x)[\frac{n}{۶}({}_nm_x - ۰/۰۹۵)]$ به مخرج کسر اضافه شده است.

حال، به عنوان مثال، از این معادله استفاده می‌کنیم و ${}_۵q_{۶۵}$ را از ${}_۵m_{۶۵}$(= ۰/۰۳۵۶) استخراج می‌کنیم:

$$ \begin{aligned} {}_۵q_{۶۵} &= \frac{{}_۵m_{۶۵}}{۱/۵ + {}_۵m_{۶۵}\,[۱/۲ + ۵/۱۲\,({}_۵m_{۶۵} - ۰/۰۹۵)]} \\ &= \frac{۰/۰۳۵۶}{۱/۵ + ۰/۰۳۵۶\,[۱/۲ + ۵/۱۲\,(۰/۰۳۵۶ - ۰/۰۹۵)]} \\ &= \frac{۰/۰۳۵۶}{۰/۲۱۱۶۹۲} \\ &= ۰/۱۶۴۱۲ \end{aligned} $$

این کمیت به ما می‌گوید: کسانی که تاسن دقیق ۶۵ سالگی زنده بوده‌اند ۰/۱۶۴۱۲ احتمال دارد که هرکدامشان به سن دقیق ۷۰ سالگی نرسد.

${}_nq_x$های دیگر را هم می‌توان به همین شیوه از ${}_nm_x$ متناظر استخراج کرد. در واقع، ما این کار را کرده‌ایم و نتایج را در جدول ۲ آورده‌ایم. بنابراین، خواننده می‌تواند، به

---

۱. برای یادآوری، معادلهٔ تبدیل ${}_nm_x$ به ${}_nm_x$ با فرض یکنواختی توزیع مرگ را دوباره می‌آوریم:

$$ {}_nq_x = \frac{۲n\,({}_nm_x)}{۲+(n)\,({}_nm_x)} $$

عنوان تمرین، چند $_{n}m_{x}$ را انتخاب کند، با پیروی از این شیوه $_{n}q_{x}$ متناظر را از آنها ستخراج کند، و نتایج کارش را با نتایج مندرج در جدول ۲ مقایسه کند.

احتمال مرگ هر یک از بازماندگان نسل در آغاز آخرین فاصلهٔ سنی (در مثال ما، سن دقیق ۸۰ سالگی) پس از سن مزبور (۸۰ تا ∞) هم منطقاً کل احتمال (= ۱/۰۰۰۰۰) ست:

$$_{\infty}q_{۸۰} = ۱/۰۰۰۰۰$$

نابراین، معادلهٔ گریویل هم، نظیر معادلهٔ مبتنی برفرض یکنواختی توزیع مرگ، در مورد خرین دورهٔ سنی کاربرد ندارد.

تبدیل $_{n}m_{x}$ به $_{n}q_{x}$ به روش ریدومرل

روش ریدومرل (Reed & Merrel, 1939) شاید رایجترین روش برای تبدیل $_{n}m_{x}$ ه $_{n}q_{x}$ باشد. آنها به شیوه‌ای کاملاً تجربی معادله‌ای را تدارک دیده‌اند که به خوبی معّرف ابطهٔ بین $_{n}m_{x}$ و $_{n}q_{x}$ است. معادلهٔ آنها این است:

$$_{n}q_{x} = ۱ - e^{(-n)\,(_{n}m_{x}) - ۰/۰۰۸\,(n)^{۳}\,(_{n}m_{x})^{۲}}$$

ر سمت راست این معادله، اضافه بر n و $_{n}m_{x}$، e (پایه در لگاریتم طبیعی)، عدد ثابت ۰/۰۰۸ هم اضافه شده است.

بگذارید برای مثال، با استفاده از این معادله باز هم $_{۵}q_{۶۵}$ را از $_{۵}m_{۶۵}$(=۰/۰۳۵۶) استخراج کنیم:

$$\begin{aligned}
_{۵}q_{۶۵} &= ۱ - e^{(-۵)\,(_{۵}m_{۶۵}) - /۰۰۸(۵)^{۳}\,(_{۵}m_{۶۵})^{۲}} \\
&= ۱ - e^{(-۵)\,(۰/۰۳۶۵) - /۰۰۸(۵)^{۳}\,(۰/۰۳۶۵)^{۲}} \\
&= ۱ - e^{-۰/۱۷۸ - ۰/۰۰۱۲۶۷۳۶} \\
&= ۱ - e^{-۰/۱۷۹۲۶۷۳۶} \\
&= ۱ - ۰/۸۳۵۸۸ \\
&= ۰/۱۶۴۱۲
\end{aligned}$$

با استفاده از همین فرمول و با پیروی از همین شیوه می‌توان هر $_{n}q_{x}$ را از $_{n}m_{x}$

متناظر استخراج کرد. در واقع ما این کار را کرده‌ایم و نتایج را در جدول ۲ آورده‌ایم. در این مورد هم خواننده می‌تواند چند $_nm_x$ را انتخاب کند و به روش ریدومرل $_nq_x$های متناظر را پیداکند و نتایج را با اطلاعات مندرج در جدول ۳ مقایسه کند.

استفاده از جدول برای تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$. با توجه به دسترسی فوق‌العاده به ماشین حسابهائی که می‌توانند یک عدد را به توان عدد دیگر برسانند، توصیهٔ ما این است که جمعیت‌شناس، اگر می‌خواهد از روش رید و مرل استفاده کند، $_nq_x$ مطلوب را از $_nm_x$ موجود مستقیماً (به شیوه‌ای که ما در مورد $_5q_{65}$ انجام دادیم) استخراج کند. این کار از اشتباهات می‌کاهد و سرعت دسترسی به نتایج را هم افزایش می‌دهد. علی‌رغم این، ریدومرل جداولی را تدارک دیده‌اند که به واسطهٔ آنها محقق می‌تواند $_nm_x$ را به $_nq_x$ تبدیل کند. این جداول برای q_0، $_1q_1$، $_3q_2$، $_3q_1$، $_4q_1$، $_5q_x$، $_{10}q_x$ جداگانه آماده شده و در اغلب کتابهای تفسیر جمعیت موجود است.(۱)

تذکر:

اضافه براین سه روش، روش دیگری هم هست که برای تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ از یک "جدول استاندارد" به عنوان مرجع استفاده می‌کنند. فکر اصلی در این روش این است که $_nh_x$ $(= {}_nq_x/{}_nm_x)$ را از جدول استاندارد محاسبه کنیم و سپس، با استفاده از نسبتهای بدست آمده، $_nq_x$ مطلوب را از $_nm_x$ موجود برآورد کنیم: $_nq_x = {}_nh_x \times {}_nm_x$. البته، شرط استفاده از "جدول استاندارد" این است که وضعیت مرگ و میر در جمعیتی که بدین شیوه برای آن جدول عمر ساخته می‌شود مشابه وضعیت مرگ و میر در جدول استاندارد باشد.(۲)

مقایسهٔ روشهای تبدیل $_nm_x$به $_nq_x$

سه روش رابرای تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ عنوان کردیم. اولین روش فرض را بریکنواختی توزیع مرگ داخل هر فاصلهٔ سنی می‌گذاشت. روش گریویل با تعدیل فرض یکنواختی

---

۱. برای مثال نگاه کنید به ضمیمه کتاب پرسا (Pressat, 1972) یا ضمیمه کتاب امین‌زاده (۱۳۴۹).

۲. برای مطالعه بیشتر در این باره نگاه کنید به اشپیگلمن (۱۹۵۵، ص‌ص ۹۱ - ۹۰) و شرایاک و سیگل (۱۹۷۱ جلد ۲، ۴۲۵).

یکنواختی توزیع مرگ را در داخل گروههای سنی (علی‌الخصوص، گروهای سنی
اخر پیوستارسن) به حساب می‌آورد. ریدومرل هم به شیوه‌ای کاملاً تجربی به
عادله‌ای دست یافته‌اند که ارتباط بین $_nm_x$ و $_nq_x$ را به نحو مطلوبی بیان می‌کند.

جدول ۲ - مقایسهٔ نتایج حاصل از تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ به روشهای سه‌گانه

سن x	تا	x+n	$_nm_x$ (۱)	$_nq_x$ بافرض یکنواختی توزیع مرگ (۲)	$_nq_x$ به روش گریویل (۳)	$_nq_x$ به روش ریدومرل (۴)
۰	تا	۱	۰/۰۷۴۵	۰/۰۷۱۸۲	۰/۰۷۱۷۵	۰/۰۷۱۸۳
۱	تا	۵	۰/۰۰۸۵	۰/۰۳۳۴۳	۰/۰۳۳۴۳	۰/۰۳۳۴۶
۵	تا	۱۰	۰/۰۰۲۲	۰/۰۱۰۹۴	۰/۰۱۰۹۴	۰/۰۱۰۹۴
۱۰	تا	۱۵	۰/۰۰۱۷	۰/۰۰۸۴۶	۰/۰۰۸۴۷	۰/۰۰۸۴۹
۱۵	تا	۲۰	۰/۰۰۲۵	۰/۰۱۲۴۲	۰/۰۱۲۴۳	۰/۰۱۲۴۳
۲۰	تا	۲۵	۰/۰۰۳۳	۰/۰۱۶۳۶	۰/۰۱۶۳۸	۰/۰۱۶۳۸
۲۵	تا	۳۰	۰/۰۰۳۹	۰/۰۱۹۳۱	۰/۰۱۹۳۳	۰/۰۱۹۳۳
۳۰	تا	۳۵	۰/۰۰۴۴	۰/۰۲۱۷۶	۰/۰۲۱۷۸	۰/۰۲۱۷۸
۳۵	تا	۴۰	۰/۰۰۵۲	۰/۰۲۵۶۷	۰/۰۲۵۶۹	۰/۰۲۵۶۹
۴۰	تا	۴۵	۰/۰۰۶۱	۰/۰۳۰۰۴	۰/۰۳۰۰۸	۰/۰۳۰۰۸
۴۵	تا	۵۰	۰/۰۰۷۷	۰/۰۳۷۷۷	۰/۰۳۷۸۳	۰/۰۳۷۸۳
۵۰	تا	۵۵	۰/۰۱۰۸	۰/۰۵۲۵۸	۰/۰۵۲۶۸	۰/۰۵۲۶۸
۵۵	تا	۶۰	۰/۰۱۵۱	۰/۰۷۲۰۵	۰/۰۷۲۹۳	۰/۰۷۲۹۳
۶۰	تا	۶۵	۰/۰۲۳۱	۰/۱۰۹۱۹	۰/۱۰۹۵۵	۰/۱۰۹۵۵
۶۵	تا	۷۰	۰/۰۳۵۶	۰/۱۶۳۴۵	۰/۱۶۴۱۲	۰/۱۶۴۱۲
۷۰	تا	۷۵	۰/۰۵۷۴	۰/۲۵۰۹۳	۰/۲۵۱۹۶	۰/۲۵۱۹۷
۷۵	تا	۸۰	۰/۰۹۱۷	۰/۳۷۲۹۹	۰/۳۷۳۰۶	۰/۳۷۳۱۸
۸۰	تا	∞	۰/۱۹۳۸	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰

مقادیر $_nm_x$، در این مثال، مأخوذ است از جدول عمر الگوی "غرب" برای زنان به سطح ۱۷. نگاه کنید به
سازمان ملل (۱۹۶۹، ص ۹۰).

$$۲.\ {}_nq_x = \frac{۲n({}_nm_x)}{۲ + (n)({}_nm_x)}$$

$$۳.\ {}_nq_x = \frac{{}_nm_x}{۱/n + {}_nm_x\,[۱/۲ + n/۱۲\,({}_nm_x - ۰/۰۹۵)}$$

$$۴.\ {}_nq_x = ۱ - e^{-n({}_nm_x) - ۰/۰۰۸\,(n)^{۳}\,({}_nm_x)^{۲}}$$

نتایج حاصل از کاربرد این سه روش برای تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ (در مثال ما) در جدول ۲ گزارش شده است. $_nq_x$های حاصل از کاربرد فرض توزیع یکنواخت مرگ تا حدودی فرق دارد با $_nq_x$های حاصل از کاربرد دو روش دیگر. این اختلافات علی‌الخصوص در اواخر پیوستارسن بارزتر می‌شود. مع‌هذا، اگر آمارهای دقیقی راجع به $_nm_x$ در دست نباشد، اختلافات مزبور فی‌الواقع قابل اغماض است.

نتایج حاصل از روش گرپویل و ریدومرل از ۵ سالگی به بعد بسیار به هم نزدیک است. به بیان دیگر، چه به روش گرپویل عمل کنیم و چه به روش ریدومرل، برای گروههای سنی بعد ۵ سالگی نتیجه یکی است. البته استفاده از روش ریدومرل برای تبدیل $_nm_x$ به $_nq_x$ در میان جمعیت‌شناسان رایجتر است. ولی برای دوره‌های سنی زیر ۵سالگی، به جای روش رید و مرل، عموماً از روشهای دیگری استفاده شود. فی‌المثل برای تبدیل $_4m_1$ به $_4q_1$ به جای ریدو مرل می‌توان از روش گرپویل استفاده کرد. q_0 هم معمولاً به روشهائی غیر از سه روش مشروحه در بالا برآورد می‌شود. (در این بار نگاه کنید به زیرنویس صفحه ۵.)

برخی از منابع:

امانی، مهدی. ***روشهای تحلیلی جمعیت‌شناسی***. مؤسسهٔ مطالعات و تحقیقات اجتماعی دانشگاه تهران، ۱۳۴۳.

امین‌زاده، فرخ. **جمعیت‌شناسی**. جلد اول. سازمان انتشارات ابوریحان، ۱۳۴۹.

نهاپتیان، وارتکس و حبیب خزانه. ***میزانهای حیاتی ایران***. انتشارات دانشگاه بهداشت، انستیتو خدمات بهداشتی، دانشگاه تهران، ۱۳۵۶.

Bogue, Donald J.and Evelyn M.Kitagawa. ***Manual of Demographic Research Techniques.*** Department of sociology, The University of Chicago, Unpublished.

Greville, T.N.E. "Short Method,of Constructing Abridged Life-table." ***Record of the American Institute of Actuaries***, Vol.32, pp.29-43, June 1943.

Pressat, Roneld. ***Demographic Analysis.*** Translated by Judah Matras. Chicago: Aldine. Atherton, Inc., 1972.

Reed, Lowell J. and Margret Merrell. "A short Method for Constructing an Abridged Life-table." ***American Journal of Hygiene***. Vol 30, pp. 33-62 Sep. 1939.

Spiegelman, Motimer. ***Introduction to Demography***. Chicago: The society of Actuaries, 1955.

Shroyock, Henry S., and Jacob S. Siegel. ***The Methods and Materials of Demography.*** Whashington D.C: U.S. Bureau of the Census. 1971.

United Nations. ***Methods of Estimating Basic Demographic Measures from Incomplete*** Data. Manual IV. Series A, Population Studies No.42., 1969.