

مدل تعادلی-تجانسی جهان‌های ممکن و «نظریه ضرورت بتاته»

لطف‌الله نبوی*

چکیده

«نظریه ضرورت بتاته» عنوان نظریه‌ای است از «شیخ شهاب‌الدین سهروردی» که از ابداعات و نوآوریهای مهم وی در عرصه منطق تلقی می‌شود و دارای نتایج منطقی-فلسفی فراوانی است.

سهروردی بدون تردید با طرح این نظریه به «ضرورت فلسفی متفاوتیکی» نظر داشته و از آنجا که تبیین منطقی ضرورت فلسفی از دغدغه‌های مهم چند دهه اخیر در حوزه منطق موجهات جدید بوده است، بررسی دلالت شناختی نظریه مزبور با رویکردی تطبیقی می‌تواند پیشینه‌های تاریخی بحث را روشن کند.

واژگان کلیدی: ضرورت بتاته، مدل تعادلی - تجانسی، ضرورت فلسفی،
QS5 سیستم.

مقدمه

در مقاله «نظریه ضرورت بتاته سهروردی و سیستم QS5 کربیکی» (نبوی، ۱۳۸۰) نگارنده به تفصیل به بررسی ساختار صوری- نحوی نظریه ضرورت بتاته پرداخته است. در مقاله حاضر ساختار معنایی - دلالت شناختی نظریه مزبور را در چارچوب مدل تعادلی - تجانسی (مدل متاظلر سیستم QS5) مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم.

* دانشیار گروه فلسفه دانشگاه تربیت مدرس

تهران، بزرگراه جلال آل احمد، پل گیشا، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده علوم انسانی، گروه فلسفه.
nabavi_l@modares.ac.ir

نظریه ضرورت بتاته سه‌پروردی بدون شک یکی از ابداعات و نوآوری‌های منطقدانان مسلمان در تاریخ منطق محسوب می‌شود که عموم فیلسوفان پس از وی، از جمله «صدرالمتألهین شیرازی» (ملاصدرا)، بر ارزش و اهمیت نظریه مذبور و همچنین نتایج منطقی-فلسفی آن تأکید نموده و آن را کلید فهم «ضرورت متأفیزیکی» دانسته‌اند (ملاصدرا، ۱۳۶۲، ص. ۱۸).

برای بررسی ساختار معنایی و دلالتشناسی نظریه مذبور در پرتو یافته‌های جدید منطق، لازم است در آغاز به معروفی مدل استاندارد کریپکی و همچنین مدل تعادلی و تجانسی در منطق موجهات پیردازیم.

۱. مدل استاندارد کریپکی

«سول کریپکی» در مقاله مشهور «ملاحظات معناشناختی در منطق موجهات» مدل استاندارد خود را بر اساس مفهوم محوری «جهان ممکن» (possible world) معرفی نموده است (Kripke, 1963). مدل مذبور مبنای شناسایی سیستم‌های متعدد و متنوع منطق موجهات و دیگر سیستم‌های متناظر در «منطق زمان»، «منطق معرفت»، «منطق تکلیف» و دیگر سیستم‌ها است. «ویلارد کواین» در اهمیت مدل کریپکی و مفهوم جهان ممکن می‌نویسد:

مفهوم جهان ممکن در معناشناصی منطق موجهات نقش و سهم حقیقی دارد و بر ما واجب و فرض است به شناسایی طبیعت و ماهیت این نقش پیردازیم. این مفهوم موجب رشد سریع آراء کریپکی و نظریه مدل‌های منطقی موجهات شده است. (Quine, 1972, p.488)

مدل استاندارد کریپکی را با علامت M نشان می‌دهیم که با سه جزء ترکیبی مرتب زیر مشخص می‌گردد (Cresswell, 1996, p.72).

$$M = \langle W, R, V \rangle$$

- W نشان‌دهنده یک مجموعه غیرتنهی از «جهان‌های ممکن» به عنوان دامنه مدل است
- $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots\}$
- R نشان‌دهنده یک رابطه و نسبت دو موضعی خاص به نام «اشراف» یا «دسترسی» (accessibility) است که ببروی عناصر مجموعه W تعریف می‌شود. عبارت $w_1 R w_2$ به این معناست که w_1 بر w_2 اشراف (یا دسترسی) دارد.
- V نشان‌دهنده «تابع ارزشده» (truth assignment function) است که به هر عضو W گزاره نمایهایی (جمله نشانه‌ها) را اسناد می‌دهد.

$$V : W \rightarrow \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$$

معناشناصی دو مفهوم «ضرورت» و «امکان» (possibility) در مدل مذبور از اهمیت بسزائی

برخوردار است که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(wi) \models \square \phi \text{ iff } (\forall wj) \in W (wiRwj \Rightarrow (wj) \models \phi)$$

يعنى $\square \phi$ در جهان w_i و در مدل M صادق است اگر و تنها اگر به ازاء هر جهان ممکنی مثل (w_i) است $\models \phi$ اگر $w_i R w_j$ برقرار باشد، در آن جهان w_j ϕ نیز صادق باشد.

$$(wi) \models \Diamond \phi \text{ iff } (\exists wj) \in W (wiRwj \Diamond (wj) \models \phi)$$

يعنى $\Diamond \phi$ در جهان w_i و در مدل M صادق است اگر و تنها اگر لااقل یک جهان ممکن مثل (w_i) است $\models \phi$ وجود داشته باشد به نحوی که $w_i R w_j$ برقرار بوده و در آن جهان w_j ϕ نیز صادق باشد (نبوی، ۱۳۸۳، ص ۶۷).

۲. مدل تعادلی (equivalent model) جهان‌های ممکن

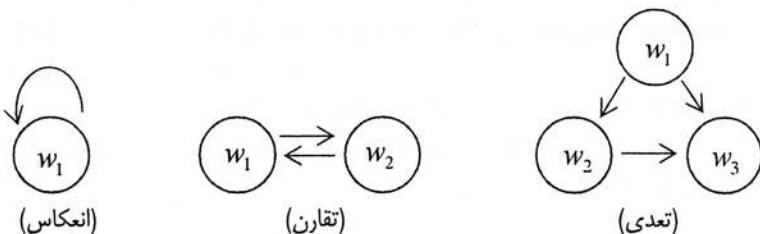
رابطه و نسبت دو موضعی R در مدل استاندارد کریپکی می‌تواند دارای اوصاف و ویژگی‌های متعدد و متنوعی باشد که سه ویژگی «اعکاس» (reflexion)، «تقارن» (symmetry) و «تعدی» (transitivity) از اهمیت بیشتری برخوردارند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\text{اعکاس} = (\forall w_i) \in W (w_i R w_i)$$

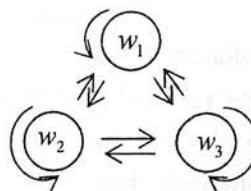
$$\text{تقارن} = (\forall w_i)(\forall wj) \in W (w_i R wj \Rightarrow wj R wi)$$

$$\text{تعدی} = (\forall w_i)(\forall wj)(\forall wk) \in W (w_i R wj \& wj R wk \Rightarrow w_i R wk)$$

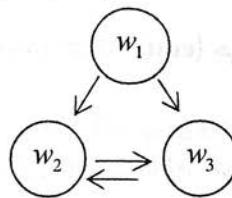
می‌توان با فرض یک، دو و سه جهان ممکن اوصاف مذبور را به شیوه نموداری زیر نشان داد و از هم تفکیک نمود.



حال اگر در مدلی رابطه R هر سه ویژگی فوق را تواناً دارا باشد مدل مذبور را مدل «تعادلی» می‌گوئیم که با فرض وجود سه جهان به صورت زیر می‌توان بدان اشاره نمود.



می‌توان نشان داد که ترکیب دو ویژگی تعدی و تقارن معادل ویژگی «اقلیدسی» (Euclidian) است که به صورت زیر تعریف و نشان داده می‌شود (با فرض سه جهان ممکن):
 $(\forall wi)(\forall wj)(\forall wk) \in W(wiRwj \& wjRwk \Rightarrow wiRwk)$ = اقلیدسی



با توجه به مباحث معادلات معنایی زیر فوق برقرارند.
 مدل انعکاسی، اقلیدسی = مدل انعکاسی، تقارنی، متعددی = مدل تعادلی

۳. مدل تجانسی (homogeneous model) جهان‌های ممکن

حال اگر بخواهیم مدل استاندارد کریبکی را در چارچوب منطق موجهات محمولی بکار گیریم دو عنصر D و Q را نیز باید به مدل استاندارد افزود. مدل مزبور با پنج جزء ترکیبی مرتب به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$M = \langle W, R, D, Q, V \rangle \quad (\text{Cresswell and Hughes, 1996, p.275}).$$

D یا «دامنه (domain)» مدل یک مجموعه غیرتنهی از اشیاء و افراد است.
 $D : \{O_1, O_2, O_3, \dots\}$

Q تابعی است که به هر جهان ممکن $w \in W$ زیر مجموعه‌ای از اشیای D را اسناد می‌دهد.

$$Q : \{w_1, w_2, w_3, \dots\} \rightarrow \{\{O_1\}, \{O_1, O_2\}, \{O_1, O_2, O_3\}, \dots\}$$

$$Q : \{w_i\} \rightarrow Q(w_i)$$

$Q(w_i)$ مجموعه اشیائی از دامنه D است که توسط تابع Q به جهان w_i اسناد داده می‌شود این مجموعه را به صورت خلاصه با D_i نیز می‌توان نشان داد که خود زیر مجموعه‌ای از دامنه D است
 یعنی داریم:

$$Q(w_i) = D_i$$

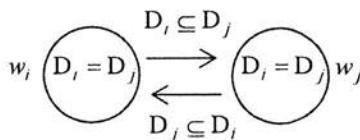
$$D_i \subseteq D$$

حال می‌توانیم مدل تجانسی را تعریف کنیم؛ مدلی را «تجانسی» گوئیم که دارای پیش فرض

«تجانس جهان‌های ممکن» باشد. پیش فرض تجانس بدین معناست که اگر جهان w_i به جهان w_j اشراف و دسترسی داشته باشد هر شئی یا هر مجموعه از اشیاء استناد داده شده به جهان w_i (یعنی D_i) توسط تابع Q به جهان w_j نیز استناد داده می‌شود. به عبارت دیگر داریم:

$$(\forall w_i)(\forall w_j) \in W(w_i R w_j \Rightarrow D_i \subseteq D_j)$$

شرط مذبور را شرط «تجانس جهان‌های ممکن» یا شرط «شمول» (inclusion) یا شرط «دامنه‌های تودرتو» (nested domains) می‌گویند. بهوضوح روشن است که اگر $w_i R w_j$ هر دو برقرار باشند (تقارن دو جهان w_i و w_j ، دامنه اشیاء دو جهان مذبور یکسان خواهد بود که در نمودار زیر نشان داده شده است:



بنابراین منظور از مدل تجانسی اینست که با فرض ارتباط بین دو جهان مفروض، اشیاء کاملاً متفاوت نمی‌توانند در هر دو جهان موجود باشند. در صورتی که دو جهان مفروض دارای عناصر کاملاً متفاوت و متمایز هستند، مدل مذبور را «مدل غیرتجانس» (heterogeneous model) (ناتتجانس) می‌نامند.

۴. نظریه «ضرورت بتاته» و مدل تعادلی – تجانسی

همانگونه که در مقاله «نظریه ضرورت بتاته سهپروردی و سیستم QS5 کریکی» (نبوی، ۱۳۸۰؛ ۱۳۸۱، صص ۱۶۶-۱۵۳) به تفصیل ذکر شده است، شیخ شهاب الدین سهپروردی در چارچوب نظریه «ضرورت بتاته» خویش معادلات منطقی زیر را برقرار می‌داند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{هر الف } «ب ضروری» \text{ است} \equiv \text{هر الف ضرورتاً } «ب ضروری» \text{ است} \\ \text{هر الف } «ب بامکان» \text{ است} \equiv \text{هر الف ضرورتاً } «ب بامکان» \text{ است} \\ \text{هر الف } «ب بامتناع» \text{ است} \equiv \text{هر الف ضرورتاً } «ب بامتناع» \text{ است} \end{array} \right\}$$

به عبارت دیگر سهپروردی معتقد است که جهات ضرورت، امکان و امتناع نخست باید وصف محمول گزاره حملی قرار گیرد (جهت محمول) و در آن صورت جهت گزاره حملی (جهت حمل) در همه حال جهت ضرورت خواهد بود. مهمترین عبارت وی در این باب در کتاب حکمة الاشراق چنین است:

فاولي ان يجعل الجهات من الوجوب و قسيمه اجزاء للمحمولات حتى تصير القضية على جميع الاحوال ضروريه فهذه هي الضرورة البتاته. (۱۳۵۵، ص ۹۰)

با فرمول‌بندی و نمادگذاری معادلات منطقی مزبور و ظاهر کردن جهت عقد الوضع -که بنا بر نظر «ابونصر فارابی» همان جهت امکان است (طوسی، ۱۳۶۱، ص ۸۹) - داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{الف: } (\forall x)(\Diamond Ax \supset \Box Bx) \equiv (\forall x)\Box(\Diamond Ax \supset \Box Bx) \\ \text{ب: } (\forall x)(\Diamond Ax \supset \nabla Bx) \equiv (\forall x)\Box(\Diamond Ax \supset \nabla Bx) \\ \text{ج: } (\forall x)(\Diamond Ax \supset \sim \Diamond Bx) \equiv (\forall x)\Box(\Diamond Ax \supset \sim \Diamond Bx) \end{array} \right.$$

از آنجا که امتناع به معنای «ضرورت سلب» است و امکان خاص نیز به معنای «امکان دوطرفه» یا «سلب ضرورت طرفین» است؛ یعنی:

$$\sim \Diamond \phi \equiv \Box \sim \phi$$

$$\nabla \phi \equiv \Diamond \phi \wedge \Diamond \sim \phi \equiv \sim \Box \sim \phi \wedge \Box \sim \phi$$

کافی است برای پی‌جویی ابعاد معناشناختی نظریه ضرورت بتاته تنها برروی دو ساختار زیر متمرکز شویم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}: (\forall x)(\Diamond Ax \supset \Box Bx) \equiv (\forall x)\Box(\Diamond Ax \supset \Box Bx) \\ \mathbf{B}: (\forall x)(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx) \equiv (\forall x)(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx) \end{array} \right.$$

A: ضرورت بتاته و جهت ضرورت

جهت سهولت در بحث علائم اختصاری زیر را می‌پذیریم:

بازاء هر شئی جهان، $w_i = w$

بازاء لاقل یک شئی جهان، $\exists w_i = w$

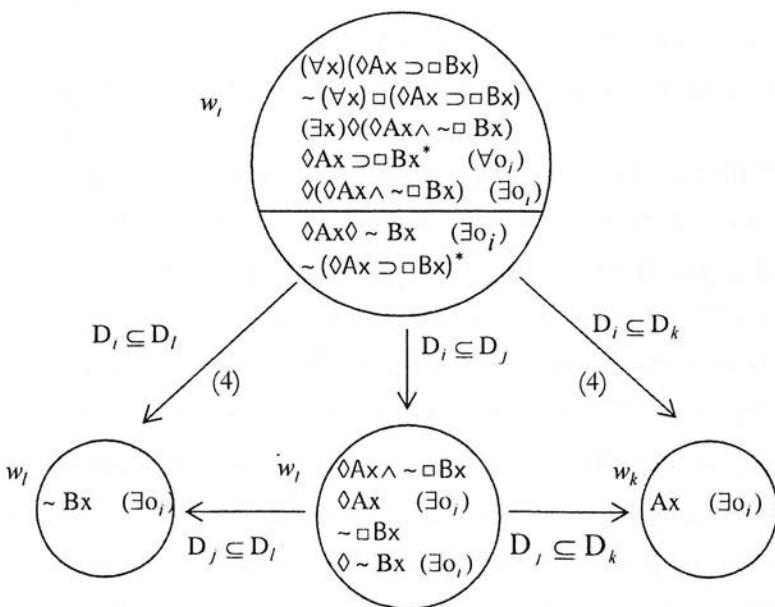
نشان می‌دهیم که فرمول

$$\mathbf{A1}: (\forall x)(\Diamond x A \supset \Box Bx) \supset (\forall x)\Box(\Diamond x A \supset \Box Bx)$$

در مدل تجانسی QK4 یعنی مدلی که علاوه بر تجانس دارای صفت «تعدی» نیز هست، برقرار و معتبر است.

دلیل: اگر چنین نباشد باید جهانی مثل w موجود باشد که در آن $(\forall x)(\Diamond Ax \supset \Box Bx)$ صادق و $(\forall x)\Box(\Diamond Ax \supset \Box Bx)$ کاذب باشد و به عبارت دیگر $(\forall x)\sim(\Diamond Ax \supset \Box Bx)$ در جهان w برقرار باشد و از آنجا براساس قواعد معناشناختی منطق موجهات محمولی در این جهان باید $(\exists x)\Diamond(\Diamond Ax \wedge \sim \Box Bx)$ برقرار باشد یعنی به ازاء لاقل یک شئی موجود در w (عنی $\exists o i$) داریم؛ $\Diamond(\Diamond Ax \wedge \sim \Box Bx)$ صدق عبارت فوق در w بدین معناست که باید جهانی مثل w_j وجود داشته باشد (نه ضرورتاً متمایز از w) بنحوی که $w_j R w$ و در آن $\Diamond x A \wedge \sim \Box Bx$ صادق و اجزای تحلیلی آن یعنی $\Diamond x A$ و $\sim \Box Bx$ (یعنی $\sim \Diamond Bx$) بازاء $\exists o$ (عنی $\sim \Diamond Bx$)

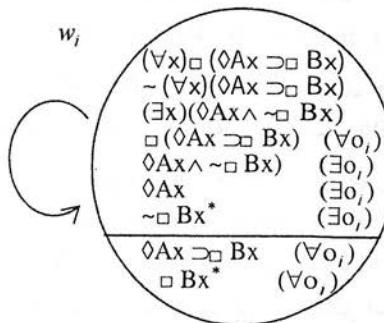
باشند. صدق $\Diamond \sim Bx$ و $\Diamond Ax$ نيز در صورتی است که جهان‌های w_k و w_i وجود $\sim Bx$ داشته باشند بنحوی که $w_k, R w_i$ و بازاء $w_j, R w_i$ فرمول $\exists o$ در w_k دارد و فرمول $x A$ در w_i صادق و برقرار باشند. حال باتوجه به صفت تعدی چون $w_i, R w_j$ و $w_i, R w_k$ داريم؛ $w_i, R w_j$ و همچنین چون $w_j, R w_i$ و $w_j, R w_k$ داريم؛ با دسترسی و اشراف w_i از $w_i, R w_k$ يکطرف به w_k و از طرف ديگر به w_i و شرط تجانس جهان‌های ممکن (يعني $D_i \subseteq D_k$ و $\Diamond \sim Bx$ و $\Diamond x A$ ($\sim \Box Bx$ (يعني $\Diamond \sim \Box Bx$)) نيز باید بازاء $\exists o$ در w_i صادق باشند و اين بدان معناست که در نتيجه $(\forall x)(\Diamond x A \wedge \sim \Box Bx) \supseteq \Box \Diamond Bx$ است، و از آنجا که $\Box \Diamond Bx$ نيز به حسب فرض در w_i صادق است پس بازاء $\forall o$ داريم $\Box \Diamond Bx$ که اين تناقض آشکار با حکم مزبور دارد (مدل متناقض). نتيجه غلط معلول فرض غلط است که در آغاز داشتيم پس فرمول A_1 در مدل تجانسي QK4 برقرار است. مطالب مزبور را در قالب نمودار و دياگرام آزمون اعتبار نيز می‌توان نشان داد (Cresswell and Hughes, 1986, p. 72-82).



به راحتی و با استفاده از نمودار معنایي آزمون اعتبار، می‌توان نشان داد که A_2 در مدل تجانسي QKT یعنی مدلی که علاوه بر تجانس داراي صفت «اعکاس» نيز هست، برقرار و معتبر است:

$$A_2: (\forall x) \Box(\Diamond x A \supseteq \Box Bx) \supset (\forall x)(\Diamond x A \supseteq \Box Bx)$$

دليل: (به شيوه نموداري)



چون در مدل انعکاسی به تناقض می‌رسیم (مدل متناقض)، A₂ در مدل QKT معتبر است.

B: ضرورت بُتابه و جهت امکان

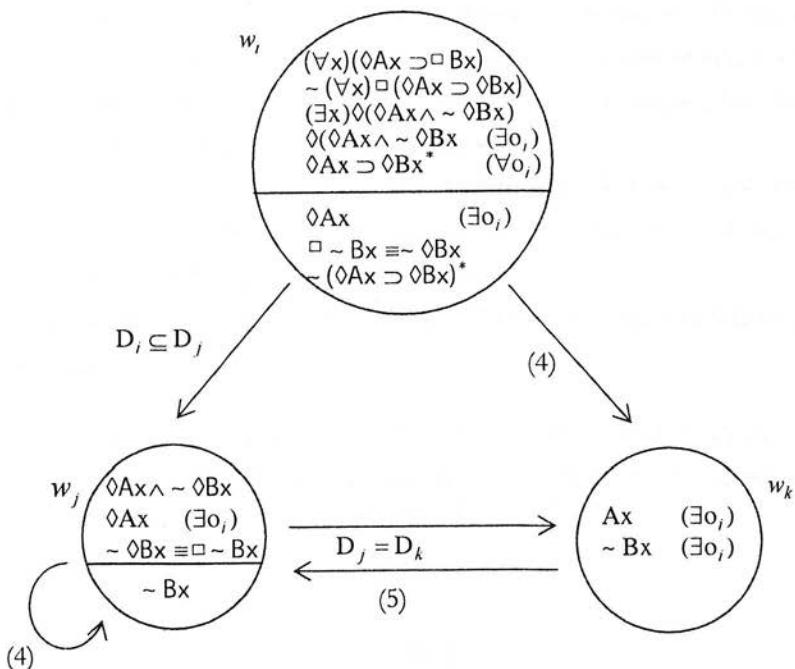
نشان می‌دهیم که فرمول:

$$B1: (\forall x)(\Diamond x A \supset \Diamond Bx) \supset (\forall x)\Box(\Diamond x A \supset \Diamond Bx)$$

در مدل تجانسی QK45 یعنی مدلی که علاوه بر تجانس، دارای صفت «تعدی» و «اقلیدسی» نیز هست، برقرار و معتبر است.

دلیل: اگر چنین نباشد که جهانی مثل w_i وجود دارد که در آن $(\forall x)(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx)$ صادق است؛ یعنی بازاء $\forall o_i$ ، $\Diamond Ax \supset \Diamond Bx$ برقرار است اما $(\forall x)\Box(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx)$ کاذب است؛ یعنی $(\exists x)\Diamond(\Diamond Ax \wedge \sim\Diamond Bx)$ صادق است و از آنجا بازاء $\exists o_i = w_i$ به نحوی که صدق عبارت اخیر باید جهانی مثل w_i وجود داشته باشد (ممکن است $w_i = w_j$) به نحوی که $\sim\Diamond Bx$ و بازاء $w_i R w_j$ ، $\exists o_i$ در آن جهان صادق باشد و در نتیجه $\Diamond Ax$ در w_i منوط به وجود (یعنی $\sim\Box(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx)$) با همان شرط در جهان w_j صادق هستند. صدق $\Diamond Ax$ در w_i منوط به وجود جهان w_k است به نحوی که $w_i R w_k$ و در آن جهان بازاء $\exists o_i$ ، $\Diamond Ax$ صادق باشد. از طرف دیگر چون $\sim\Box(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx)$ نیز در w_k صادق است، $\sim\Diamond Bx$ نیز باید بازاء $\exists o_k$ در w_k صادق باشد. حال چون مدل ما متعدد است و $w_i R w_k$ و $w_k R w_j$ داریم؛ و از آنجا که مدل ما اقلیدسی نیز هست و $w_i R w_k$ و $w_k R w_j$ داریم، $w_i R w_j$. با توجه به تعدی مدل و داشتن $w_i R w_k$ و $w_k R w_j$ (تقارن، w_i و w_j داریم؛ $w_i R w_k$ انعکاس در w_j) و چون در w_i عبارت $\Diamond Ax$ صادق است $\exists o_i$ نیز باید در این جهان بازاء $\exists o_j$ صادق باشد. با مختصّی تأمل معلوم می‌شود از آنجا که $w_i R w_k$ و $\Diamond Ax$ بازاء $\exists o_i$ در w_k صادق است، با توجه به تجانسی بودن مدل، $\Diamond Ax$ نیز بازاء $\exists o_j$ در w_i صادق خواهد بود. از طرف دیگر چون w_i به هر دو جهان

w_i و w_k دسترسی داشته و در هر دو جهان $Bx \sim \exists o_i$ صادق است، با توجه به متجانس بودن مدل، $\square \sim Bx$ (یعنی $\sim \Diamond Bx$) نیز بازاء $\exists o_i$ در w_i برقرار و صادق می‌باشد. با صدق $\Diamond Ax$ و $\sim \Diamond Bx$ در w_i براساس قواعد معناشناسی عبارت $\Diamond Ax \supset \Diamond Bx$ نیز بازاء $\exists o_i$ در w_i صادق است که با صدق عبارت $\Diamond Ax \supset \Diamond Bx$ در این جهان بازاء $\forall o_i$ مدل ما به تناقض می‌انجامد. نتیجه غلط معلول فرض غلط است، پس A_2 در مدل تجانسی، متعدد و اقلیدسی معتبر است. مطالب فوق را در قالب نمودار آزمون اعتبار به صورت زیر می‌توان نشان داد:



می‌توان نشان داد که B_1 نه تنها در مدل QK45 بلکه در مدل‌های QKD45، QKB45 و QKT5 (یعنی QS5) نیز معتبر است و چون مدل QK45 از دیگر مدل‌ها ضعیفتر است (Cresswell and Hughes, 1996, p.367) B_1 را باید قضیه‌ای از سیستم QK45 دانست (باتوجه به تمامیت سیستم مذبور). به سادگی و با سهولت همچنین می‌توان نشان داد که: $(\forall x)(\Diamond Ax \supset \Diamond Bx) \supset A_2$ نیز همانند B_2 در مدل QKT5 معتبر است.

نتیجه

با توجه به مطالب و مباحث طرح شده در مقاله حاضر، از آنجا که A_2 و B_2 در سیستم QKT، A_1 در QK4 و B_1 در سیستم QK45 معتبرند، باید نتیجه گرفت که نظریه «ضرورت بتاته» سهپروردی در مدلی با ویژگیهای انعکاس (مدل T)، تعدی (مدل 4) و اقلیدسی (مدل 5) برقرار است. به راحتی می‌توان نشان داد از تلفیق مدل T و مدل 5، مدل 4 و همچنین مدل B (مدل براور با ویژگی تقارن) نیز حاصل می‌گردد و چنین مدلی را در حوزه منطق موجهات محمولی و بر اساس ویژگی تجانس در جهان‌های ممکن مدل «تعادلی-تجانسی» می‌گوئیم و همین مدل است که نظریه «ضرورت بتاته» سهپروردی را در پرتو آن می‌توان تبیین نمود.

شکی وجود ندارد که شیخ شهاب‌الدین سهپروردی با طرح این نظریه به «ضرورت فلسفی و متأفیزیکی» نظر داشته است. امروزه به خوبی می‌دانیم مدل تعادلی-تجانسی یا مدل QS5 بیان‌کننده و تأمین‌کننده ضرورت فلسفی و متأفیزیکی است.

جان‌پری، عضو دپارتمان فلسفه دانشگاه استانفورد، در مقاله «معناشناسی جهان‌های ممکن» در اینباره می‌نویسد:

این نکته که \Diamond تهی باشد و $\Diamond \phi$ به ϕ \Box فروکاسته و تحويل گردد ویژگی سیستم S5 است..... S5 یک منطق طبیعی برای ضرورت متأفیزیکی است که بدون شک لایب نیتس آن را مذکور داشته است. (Perry, 2003, p.6)

منابع

- سهپروردی، شهاب‌الدین. (۱۳۵۵). حکمة الاشراف، مجموعه مصنفات شیخ اشراف، تصحیح هانری کربن. تهران: انجمن فلسفه و حکمت.
- شیرازی، صدرالمتألهین (ملاصدا). (۱۳۶۲). اللمعات المشرقية في الفنون المنطقية. تهران: انتشارات آگاه.
- طوسی، نصیرالدین. (۱۳۶۱). اساس الاقتباس. تصحیح مدرس رضوی. تهران: دانشگاه تهران.
- نبوی، لطف الله. (۱۳۸۰). «نظریه ضرورت بتاته سهپروردی و سیستم Q5 کربیکی». مجله فلسفه، ضمیمه مجله دانشکده ادبیات و علوم انسانی دانشگاه تهران، دوره جدید، شماره دوم و سوم، پائیز و زمستان. صص ۶۸-۵۵.

- . (۱۳۸۱). **منطق سینیوی به روایت نیکولاس رشیر.** تهران: علمی و فرهنگی.
- . (۱۳۸۳). **مبانی منطق موجهات.** تهران: دانشگاه تربیت مدرس.
- Cresswell, M.J. and G.E. Hughes. (1986). *A New Introduction to Modal Logic.* London: Routledge.
- Kripke, S. (1963). "Semantical 180 Iteration on Modal Logic". *Acta Philosophica Fennica.*
- Perry, J. (2003). "Semantics, Possible-Worlds":
<http://www.CSLI.stanford.edu>.
- Quine, W.V. (1972). "Review of Identity and Individuation". *Journal of Philosophy.* Vol.69, pp.488-497.