فصلنامه علمی – پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی – سال دوازدهم، شماره ۳۴ پاییز ۹۳
صفحات ۶۲ – ۴۱

برنامه‌ریزی حرکت قطارهای برون‌شهری با در نظرگرفتن توقفات-اضطراری و مسیرهای متقاطع با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

حسن جوانشیر*، علی‌خاتمی فیروزآبادی، شیلا سادات فاطمی***

(تاریخ دریافت: ۹۲/۸/۵ - تاریخ پذیرش: ۹۳/۴/۱۵)

چکیده

هدف از این مقاله، یافتن برنامه‌ریزی بهینه حرکت قطارها در مسیرهای تک ریلی به منظور کمینه کردن تاخیرات و هزینه‌های مرتبط با آن است. در این پژوهش دو مسیر تک خطه متقاطع در نظر گرفته شده است که هر مسیر شامل تعداد مشخصی ایستگاه و بلوک است. همچنین قطارها در صورت رسیدن به برخی ایستگاه‌ها در بازه زمانی مشخصی توقف می‌کنند. این مساله جزء مسائل برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط است که حل آن به دلیل تعداد زیاد متغییرها و محدودیت‌های در نظر گرفته شده، با استفاده از روش‌های حل دقیق، بسیار زمان بربوده و از دسته مسائل NP-Hard محسوب می‌شود. به منظور نشان دادن کارایی مدل، مدل در سایز کوچک با استفاده از روش دقیق شاخه و کران توسط نرم افزار LINGO و الگوریتم شبیه سازی تبرید حل گردیده و نتایج مقایسه شده اند که نشان دهنده کارایی مطلوب مدل و روش حل فراابتکاری ارائه شده است

واژگان کلیدی: برنامه‌ریزی حرکت قطار، تقاطع، توقف اضطراری، الگوریتم شبیه-سازی تبرید.

* استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران
** دانشیار گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
*** دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
Sheilafatemi@gmail.com

مقدمه

راه آهن به عنوان یکی از سیستم های حمل و نقل، نقش حیاتی در جابه جایی کالا و مسافران دارد. حمل و نقل ریلی با داشتن مزایایی چون امکان حمل و نقل انبوه و ارزان،آلودگی کمتر محیط زیست، مصرف سوخت بسیار کمترو ایمنی بیشتر، جایگاه ویژه ای دارد. با توجه به سرمایه گذاری‌های سنگین برای توسعه حمل و نقل ریلی ،استفاده بهینه از امکانات موجود در این صنعت اهمیت شایانی دارد. راه آهن برای تأمین هزینه های روبه افزایش که ناشی از افزایش قیمت‌ها می باشد نیازمند افزایش کارایی خود و استفاده مطلوب از منابع و امکانات می باشد.

تحقیقات زیادی درباره ی زمان بندی بهینه ی قطارها از دهه ی ۱۹۶۰ وجود داشته است. در این رابطه، اولین کار توسط اشپیگل (۱۹۷۳) صورت گرفته است وی براساس مسأله برنامه-ریزی ماشین‌آلات، مسأله مورد نظر را بصورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی مدل سازی کرده است. میلزو همکاران (۱۹۹۱) تکنیک برنامه ریزی غیرخطی را با فرض تک خطه بودن با هدف حداقل کردن مجموع هزینه های سوخت و هزینه های تاخیر ارائه کردند.

هیگینز و کوزان (۱۹۹۶) یک مدل برنامه ریزی غیر خطی مختلط با هدف به حداقل رساندن مجموع هزینه های تاخیر و هزینه های عملیاتی قطارها با سرعت متغییر قطار در هر بلاک ارایه دادند. قصیری و همکاران (۱۳۸۴) مدلی چند هدفه را برای زمان بندی قطارهای مسافربری ارایه کردند. کاربرد این مدل برای شبکه ی ریلی تک خطه و دو خطه است. مدل جدیدی نیز توسط چنگ و چانگ (۲۰۰۵) ارایه گشت که نشان می دهد در صورت بروز تاخیر، هزینه ی زمان انتظار مسافران مساوی تاخیر همه ی قطارها است.

ژو و ژوانگ (۲۰۰۵) از مدلی در مسیر های دو ریله با سرعت بالا در چین استفاده کردند. توابع هدف در مدل آن ها حداقل کردن تاخیر و کل زمان سفر است. وانگ و همکاران (۲۰۰۸) مدل را با در نظر گرفتن حداقل مجموع زمان انتظار مسافران به عنوان تابع هدف ارائه دادند. قصیری و همکاران (۱۳۸۴) توسعه ی الگوریتم فوق ابتکاری سیستم کلونی مورچه ها برای حل مساله ی زمان بندی حرکت قطارها معرفی کردند. شفاهی و

همکاران (۱۳۸۳) از یک روش ابتکاری جستجوی مبتنی بر منبع برای دستیابی به یک جواب بهینه استفاده کردند.

قصیری و همکاران (۱۳۸۱) یک مدل برنامه ریزی چند هدفه ی عدد صحیح مخلوط غیر خطی ارائه دادند که در آن سرعت قطارها در بلاک ها متغیر و سبقت مجاز می باشد. امین جمیلی (۱۳۸۵) در پژوهشی، مدلی ابتکاری برای زمان بندی حرکت قطارها ارایه داده است که مدل پیشنهادی وی قابلیت حل به دو روش سرعت ثابت قطارها و سرعت متغیر را دارد. جوانشیر و مصدقی (۱۳۸۹) مدلی را با استفاده از یک راه حل بهینه برای زمان بندی حرکت قطار مطرح کردند و در این تحقیق کاهش زمان سفر به عنوان شاخص اصلی در نظر گرفته شده است.

بایهان و همکاران (۲۰۱۲) نیز مساله ی زمان بندی قطارهای باری را با هدف بدست آوردن یک جدول زمان‌بندی شدنی برای تمامی قطارهای موجود در سیستم شبیه سازی کرد. همچنین نارایانسوامی و همکاران (۲۰۱۳) به برنامه ریزی مجدد زمان بندی بهینه حرکت قطار با درنظر گرفتن تلاقی پرداختند که هدف آن‌ها حداقل کردن تاخیرات بوده-است. مسعود یقینی (۱۳۹۰) در پژوهشی زمان بندی حرکت قطارها را با در نظر گرفتن توقف نماز مدلسازی کرده است. در تحقیق انجام شده مدل برای مسیر تک مسیره در سایز کوچک حل گردیده است.

مجتبی حیدر و همکاران (۲۰۱۳) مدلی ریاضی را با استفاده از برنامه ریزی عددصحیح مختلط برای حداقل کردن دوره جدول زمانبندی حرکت قطار و حداکثر کردن ظرفیت مسیرها را در مسیرهای تک ریله با در نظر گرفتن دو نوع قطار توسعه دادند. جمیلی و همکاران (۲۰۱۲)، مدلی را به منظور برنامه ریزی دوره‌ای حرکت قطارها در مسیرهای تک ریله ارائه دادند که مدل مورد نظر با استفاده از یک الگوریتم هیبریدی در سایز بزرگ حل گردیده است. لی و همکاران (۲۰۱۳)، مدلی ریاضی چند هدفه به منظور بهینه کردن زمان انتظار مسافران و همچنین هزینه های مصرف انرژی و کربن ارائه دادند.

بیان مساله

بخش عمده ای از شبکه های راه آهن دنیا به دلایل اقتصادی تک ریلی هستند و بنابراین قطارها فقط در ایستگاه ها، مجاز به عبور از کنار هم خواهند بود. در چنین شرایطی اگر زمان بندی حرکت قطارها بر اساس برنامه ریزی درستی نباشد باعث بوجود آمدن تلاقی قطارها در خطوط راه آهن شده و چنین اتفاقی دارای هزینه های جانی و مالی غیر قابل جبران می باشد. از طرفی درصدی از زمان سفر اختصاص به توقف های اجباری دارد که ناشی از محدودیت تک ریلی بودن خط راه آهن می باشد. همچنین قطارها ممکن است مجبور به توقفات اضطراری در بازه های زمانی مشخصی گردند که باعث اختلال در برنامه زمانبندی گردد. در نتیجه وجود یک زمان بندی که ضمن رعایت تمام محدودیت ها هزینه های حمل و نقل را کاهش دهد، اهمیت خاص پیدا می کند.

با توجه به سابقه تحقیق مدل‌های ریاضی متفاوتی با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود در سیستم حمل و نقل توسعه یافته است. در مدل‌های مورد بررسی تاکنون زمانبندی حرکت قطار در مسیرهای تک ریله با وجود تقاطع و در نظر گرفتن توقف اضطراری قطار با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری انجام نشده است. در مدل توسعه یافته در این مقاله چهار مسیر، شمالی، جنوبی، شرقی و غربی در نظر گرفته شده است که هر مسیر شامل تعداد مشخصی بلوک و ایستگاه می‌باشد. در مدل مورد نظر مسیرها تک ریلی هستند و امکان حضور دو قطار در یک بلاک وجود ندارد.

در این مدل سرعت قطار در هر بلاک متغیر در نظر گرفته شده است. ظرفیت ایستگاه‌ها نامحدود است و قطار ها تنها می‌تواند در ایستگاه‌ها توقف داشته باشند همچنین قطارها دارای اولویت نسبت به‌هم هستند. در صورت رسیدن هر قطار به ایستگاه در بازه‌زمانی در نظر گرفته شده برای توقف اضطراری به میزان توقف آن قطار در آن ایستگاه به میزان مشخصی افزوده می‌شود. از آنجایی که در کشور اسلامی مانند ایران درنظر گرفتن توقف اضطراری برای ادای فریضه نماز برای مسافران دارای اهمیت است و این توقف در زمانبندی حرکت قطارها تاثیرگذار

می‌باشد یافتن زمانبندی بهینه حرکت قطار به منظور حداقل کردن توقفات بی‌مورد و همچنین کاهش هزینه‌های مرتبط با آن برای مدیران و همچنین مشتریان دارای اهمیت است.

مدل‌سازی

در این بخش مجموعه‌ها، پارامترها، متغییرها، توابع هدف و محدودیت‌های مساله معرفی می‌گردند

مجموعه‌ها:

N: مجموعه قطارهایی که به سمت شمال حرکت می کنند.

S: مجموعه قطارهایی که به سمت جنوب حرکت می‌کنند.

E: مجموعه قطارهایی که به سمت شرق حرکت می‌کنند.

W: مجموعه قطارهایی که به سمت غرب حرکت می کنند.

T: مجموعه نوبت‌های نماز

B: مجموعه بلاک‌ها

K^*: بلاک مقصد

ST: مجموعه ایستگاه‌ها

پارامترها:

W_i: ضریب الویت قطار شمالی i

d_i: ایستگاه مقصد قطار i

$Vmin_{i,m,k}$: حداقل سرعت قطارiام نوع m، در ایستگاه kام

$Vmax_{i,m,k}$: حدکثر سرعت قطارiام نوع m، در ایستگاه kام

ds_k: طول بلاک k

TL_i: حداقل زمان سیر در کل مسیر حرکت قطار i

LTP: مدت زمان توقف اضطراری

LL_t: حد پایین بازه زمانی توقف اضطراری

LU_t: حد بالای بازه زمانی توقف اضطراری

C_{Z_1}: هزینه توقفات برنامه ریزی نشده

C_{Z_2}: هزینه در حال حرکت بودن

M: عدد بزرگ

متغیرهای پیوسته

$X^{N}_{i,m,k}$: زمان رسیدن قطار شمالی i ام، نوع m به انتهای بلاک k ام

$X^{S}_{i,m,k}$: زمان رسیدن قطار جنوبی i ام، نوع m به انتهای بلاک k ام

$X^{E}_{i,m,k}$: زمان رسیدن قطار شرقی i ام، نوع m به انتهای بلاک k ام

$X^{W}_{i,m,k}$: زمان رسیدن قطار غربی i ام، نوع m به انتهای بلاک k ام

$Y^{N}_{i,m,k}$: زمان شروع به حرکت قطار شمالی i ام، نوع m از ابتدای بلاک k ام

$Y^{S}_{i,m,k}$: زمان شروع به حرکت قطار جنوبی i ام، نوع m از ابتدای بلاک k ام

$Y^{E}_{i,m,k}$: زمان شروع به حرکت قطار شرقی i ام، نوع m از ابتدای بلاک k ام

$Y^{W}_{i,m,k}$: زمان شروع به حرکت قطار غربی i ام، نوع m از ابتدای بلاک k ام

متغیرهای گسسته

$A^{N}_{i,j,m,k}$: ۱ اگر قطار j ام نوع m در مسیر شمالی، زودتر از قطار i ام نوع m همان مسیر بلاک k ام را طی کند.

۰ در غیر این صورت

این متغیر در تمامی مسیرهای شمالی، جنوبی، شرقی و غربی وجود دارد و نوع مسیر با اندیس N، S، E و W مشخص می‌گردد.

$A^{NS}_{i,j,m,k}$: ۱ اگر قطار شمالی j ام نوع m، زودتر از قطار جنوبی i ام نوع m بلاک k ام را طی کند.

۰ در غیر این صورت

$A^{WE}_{i,j,m,k}$:
۱ اگر قطار غربی j ام نوع m، زودتر از قطار شرقی i ام نوع m بلاک k ام را طی کند.
۰ در غیر این صورت

$A^{NE}_{i,j,m,k}$:
۱ اگر قطار شمالی j ام نوع m، زودتر از قطار شرقی i ام نوع m بلاک k ام را طی کند.
۰ در غیر این صورت

$A^{NW}_{i,j,m,k}$:
۱ اگر قطار شمالی j ام نوع m، زودتر از قطار غربی i ام نوع m بلاک k ام را طی کند.
۰ در غیر این صورت

$A^{SW}_{i,j,m,k}$:
۱ اگر قطار جنوبی j ام نوع m، زودتر از قطار غربی i ام نوع m بلاک k ام را طی کند.
۰ در غیر این صورت

$A^{SE}_{i,j,m,k}$:
۱ اگر قطار جنوبی j ام نوع m، زودتر از قطار شرقی i ام نوع m بلاک k ام را طی کند.
۰ در غیر این صورت

$NL_{i,m,k,t}$:
۱ اگر قطار iام نوع m، بعد از زمان LL به ایستگاه k برسد.
۰ در غیر این صورت

$NU_{i,m,k,t}$
۱ اگر قطار iام نوع m، قبل از زمان LU به ایستگاه k برسد.
۰ در غیر این صورت

$N_{i,m,k,t}$:
۱ اگر قطار iام نوع m، قبل از زمان LU و بعد از زمان LL به ایستگاه k برسد.
۰ در غیر این صورت

تابع هدف

$$MinZ_1: \quad \sum_{i\epsilon N}(W_i^N \sum_{m=1}^{n}(X_{i,m,k*}^N - TL_{i,m}^N)^p)$$
$$+\sum_{i\epsilon S}(W_i^S \sum_{m=1}^{n}(X_{i,m,k*}^S - TL_{i,m}^S)^p)$$
$$+\sum_{i\epsilon E}(W_i^E \sum_{m=1}^{n}(X_{i,m,k*}^E - TL_{i,m}^E)^p$$
$$+\sum_{i\epsilon W}(W_i^W \sum_{m=1}^{n}(X_{i,m,k*}^W - TL_{i,m}^W)^p) \quad (1)$$

$$MinZ_2: \quad C_{Z_1}(\sum_{i\epsilon N}(W_i^N \sum_{k\epsilon K}\sum_{m=1}^{n}(Y_{i,m,k+1}^N - X_{i,m,k}^N - SN_{i,m,k}))$$
$$+\sum_{i\epsilon S}(W_i^S \sum_{k\epsilon K}\sum_{m=1}^{n}(Y_{i,m,k}^S - X_{i,m,k+1}^S - SS_{i,m,k}))$$
$$+\sum_{i\epsilon E}(W_i^E \sum_{k\epsilon K}\sum_{m=1}^{n}(Y_{i,m,k+1}^E - X_{i,m,k}^E - SE_{i,m,k}))$$
$$+\sum_{i\epsilon W}(W_i^W \sum_{k\epsilon K}\sum_{m=1}^{n}(Y_{i,m,k+1}^W - X_{i,m,k}^W$$
$$- SW_{i,m,k}))$$
$$+ C_{Z_2}(\sum_{i\epsilon N}\sum_{m=1}^{n} W_i^N (\sum_{k\epsilon K}(X_{i,m,k}^N - Y_{i,m,k}^N))$$
$$+\sum_{i\epsilon N}\sum_{m=1}^{n} W_i^S (\sum_{k\epsilon K}(X_{i,m,k}^S - Y_{i,m,k}^S))$$
$$+\sum_{i\epsilon N}\sum_{m=1}^{n} W_i^E (\sum_{k\epsilon K}(X_{i,m,k}^E - Y_{i,m,k}^E))$$
$$+\sum_{i\epsilon N}\sum_{m=1}^{n} W_i^W (\sum_{k\epsilon K}(X_{i,m,k}^W - Y_{i,m,k}^W)) \quad (2)$$

تابع هدف به دنبال حداقل کردن تـأخیر قطارهاسـت و برابـر اسـت بـا مجمـوع تـوان Pام اختلاف بین زمان رسیدن به مقصد پس از طی تمامی بلاک ها بـا حـداقل زمـان رسـیدن بـه مقصد است. حداقل زمان رسیدن به مقصد مدت زمانی است که هیچگاه قطـاری زودتـر از آن به مقصد نخواهد رسید. تابع هدف دوم حداقل کردن هزینه های توقـف و حرکـت را در نظر دارد.

محدودیت‌ها

$$\frac{ds_k}{Vmax_{i,m,k}} \le X^N_{i,m,k} - Y^N_{i,m,k} \le \frac{ds_k}{Vmin_{i,m,k}} \quad \forall k \in K^N, \forall i \in N, \forall m \in M \qquad (3)$$

$$\frac{ds_k}{Vmax_{i,m,k}} \le X^S_{i,m,k} - Y^S_{i,m,k} \le \frac{ds_k}{Vmin_{i,m,k}} \quad \forall k \in K^S, \forall i \in S, \forall m \in M \qquad (4)$$

$$\frac{ds_k}{Vmax_{i,m,k}} \le X^W_{i,m,k} - Y^W_{i,m,k} \le \frac{ds_k}{Vmin_{i,m,k}} \quad \forall k \in K^W, \forall i \in W, \forall m \in M \qquad (5)$$

$$\frac{ds_k}{Vmax_{i,m,k}} \le X^E_{i,m,k} - Y^E_{i,m,k} \le \frac{ds_k}{Vmin_{i,m,k}} \quad \forall k \in K^E, \forall i \in E, \forall m \in M \qquad (6)$$

محدودیت‌های (۳) تا (۶) محدوده‌ی طی هر بلاک را توسط قطارهـای شـمالی، جنـوبی، شرقی و غربی با در نظر گرفتن طول هر بلاک و حداقل و حداکثر سـرعت مجـاز آن بـلاک مشخص می‌کند.

$$Y^S_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^{NS}_{i,j,m,k}\right) \ge X^N_{j,m,k} \quad \forall i \in S, j \in N, \forall k \in B \qquad (7)$$

$$Y^N_{j,m,k} + M \times A^{NS}_{i,j,m,k} \ge X^S_{i,m,k} \quad \forall i \in S, j \in N, \forall k \in B \qquad (8)$$

$$Y^E_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^{WE}_{i,j,m,k}\right) \ge X^W_{j,m,k} \quad \forall i \in E, j \in W, \forall k \in B \qquad (9)$$

$$Y^W_{j,m,k} + M \times A^{WE}_{i,j,m,k} \ge X^E_{i,m,k} \quad \forall i \in E, j \in W, \forall k \in B \qquad (10)$$

محدودیت‌های (۷) تا (۱۰) برای جلوگیری از برخورد قطارهای رفت و برگشت در یـک بلاک استفاده می‌شود. در صورتی که قطار شمالی زودتر از قطار جنوبی بـه بـلاک k برسـد،

باید در ایستگاه منتظر مانده و بعد از عبور قطار جنوبی از بلاک شروع به حرکت کند. ولی در صورتی که قطار جنوبی زودتر از قطار شمالی به ایستگاه برسد عکس حالت فوق اتفاق می‌افتد. بنابراین یا حالت اول اتفاق می‌افتد و یا حالت دوم. همین اتفاق برای قطارهای شرقی و غربی نیز برقرار است.

$$Y^N_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^N{}_{i,j,m,k}\right) \geq X^N_{j,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon N, i \neq j, \forall k\epsilon K^N \qquad (11)$$

$$Y^N_{j,m,k} + M \times A^N{}_{i,j,m,k} \geq X^N_{i,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon N, i \neq j, \forall k\epsilon K^N \qquad (12)$$

$$Y^S_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^S{}_{i,j,m,k}\right) \geq X^S_{j,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon S, i \neq j, \forall k\epsilon \qquad (13)$$

$$Y^N_{j,m,k} + M \times A^S{}_{i,j,m,k} \geq X^S_{i,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon S, i \neq j, \forall k\epsilon K^S \qquad (14)$$

$$Y^E_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^E{}_{i,j,m,k}\right) \geq X^E_{j,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon E, i \neq j, \forall k\epsilon K^E \qquad (15)$$

$$Y^E_{j,m,k} + M \times A^E{}_{i,j,m,k} \geq X^E_{i,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon E, i \neq j, \forall k\epsilon K^E \qquad (16)$$

$$Y^W_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^W{}_{i,j,m,k}\right) \geq X^W_{j,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon W, i \neq j, \forall k\epsilon K^W \qquad (17)$$

$$Y^W_{j,m,k} + M \times A^W{}_{i,j,m,k} \geq X^W_{i,m,k} \qquad \forall i,j\epsilon W, i \neq j, \forall k\epsilon K^W \qquad (18)$$

محدودیت‌های (۱۱) تا (۱۸) برای جلوگیری از تلاقی قطارهای هم‌جهت تعریف شده‌اند و بیان‌کننده این است که قطار های هم‌جهت در صورتی شروع به حرکت می‌کنند که قطار هم‌جهت قبلی در آن بلاک به ایستگاه بعدی رسیده باشد.

$$Y^E_{i,m,k} + M \times \left(1 - \mathrm{A}^{\mathrm{NE}}_{\mathrm{i,j,m,k}}\right) \geq X^N_{j,m,k} \qquad \forall i\epsilon E, j\epsilon N, k\epsilon EN \qquad (19)$$

$$Y^N_{j,m,k} + M \times \mathrm{A}^{\mathrm{NE}}_{\mathrm{i,j,m,k}} \geq X^E_{i,m,k} \qquad \forall i\epsilon E, j\epsilon N, \forall k\epsilon EN \qquad (20)$$

$$Y^W_{i,m,k} + M \times \left(1 - \mathrm{A}^{\mathrm{NW}}_{\mathrm{i,j,m,k}}\right) \geq X^N_{j,m,k} \qquad \forall i\epsilon W, j\epsilon N, k\epsilon WN \qquad (21)$$

$$Y^N_{j,m,k} + M \times \mathrm{A}^{\mathrm{NW}}_{\mathrm{i,j,m,k}} \geq X^W_{i,m,k} \qquad \forall i\epsilon W, j\epsilon N, \forall k\epsilon WN \qquad (22)$$

$$Y^W_{i,m,k} + M \times \left(1 - \mathrm{A}^{\mathrm{SW}}_{\mathrm{i,j,m,k}}\right) \geq X^S_{j,m,k} \qquad \forall i\epsilon W, j\epsilon S, k\epsilon WS \qquad (23)$$

$$Y^{S}_{j,m,k} + M \times A^{SW}_{i,j,m,k} \geq X^{W}_{i,m,k} \qquad \forall i \epsilon W, j \epsilon S, \forall k \epsilon WS \qquad (24)$$

$$Y^{E}_{i,m,k} + M \times \left(1 - A^{SE}_{i,j,m,k}\right) \geq X^{S}_{j,m,k} \qquad \forall i \epsilon E, j \epsilon S, k \epsilon ES \qquad (25)$$

$$Y^{S}_{j,m,k} + M \times A^{SE}_{i,j,m,k} \geq X^{E}_{i,m,k} \qquad \forall i \epsilon E, j \epsilon S, \forall k \epsilon ES \qquad (26)$$

محدودیت (۱۹) و (۲۰) مانع از برخورد قطارهای شمالی و شرقی می‌شود. بدین صورت که اگر قطار شمالی زودتر به بلاک تقاطع رسید در ایستگاه منتظر می‌ماند تا قطار شرقی بلاک را طی کند و سپس شروع به حرکت می‌کند. همین اتفاق برای قطارهای شمالی و غربی در محدودیت‌های (۲۱) و (۲۲)، قطارهای جنوبی و غربی در محدودیت‌های (۲۳) و (۲۴) و برای قطارهای جنوبی و شرقی در محدودیت‌های (۲۵) و (۲۶) می‌افتد.

برای تعیین بازه زمان برای توقف اضطراری رابطه زیر برقرار است. در صورتی که در بازه مشخصی قطار به ایستگاه برسد متغییر صفر و یک $N^{n}_{i,m,k,t}$ برابر با یک و در غیر اینصورت برابر با صفر می‌شود.

If $LL_t \leq X^{N}_{i,m,k} \leq LU_t$

Then $N^{n}_{i,m,k,t} = 1$

Else $N^{n}_{i,m,k,t} = 0$

گزاره بالا به صورت زیر برای قطارهای شمالی به مدل ریاضی تبدیل می‌گردد:

$$\boldsymbol{X^{N}_{i,m,k} \leq LL_t + M \times NL^{n}_{i,m,k,t} \qquad \forall i \epsilon N, \forall m \epsilon M, \forall k \epsilon K^{N}, \forall t \epsilon T} \qquad (27)$$

$$\boldsymbol{X^{N}_{i,m,k} \geq LL_t - M \times \left(1 - NL^{n}_{i,m,k,t}\right) \qquad \forall i \epsilon N, \forall m \epsilon M, \forall k \epsilon K^{N}, \forall t \epsilon T} \qquad (28)$$

$$X^{N}_{i,m,k} \leq LU_{t} + M \times (1 - NU^{n}_{i,m,k,t}) \quad \forall i\epsilon N, \forall m\epsilon M, \forall k\epsilon K^{N}, \forall t\epsilon T \quad (29)$$

$$X^{N}_{i,m,k} \geq LU_{t} - M \times NU^{n}_{i,m,k,t} \quad \forall i\epsilon N, \forall m\epsilon M, \forall k\epsilon K^{N}, \forall t\epsilon T \quad (30)$$

$$NL^{N}_{i,m,k,t} + NU^{N}_{i,m,k,t} \geq 2 - M \times (1 - N^{n}_{i,m,k,t}) \quad \forall i\epsilon N, \forall m\epsilon M, \forall k\epsilon K^{N}, \forall t\epsilon T \quad (31)$$

$$NL^{N}_{i,m,k,t} + NU^{N}_{i,m,k,t} \leq 1 + M \times N^{n}_{i,m,k,t} \quad \forall i\epsilon N, \forall m\epsilon M, \forall k\epsilon K^{N}, \forall t\epsilon T \quad (32)$$

در محدودیت (۲۷) و (۲۸) در صورتی که زمان رسیدن قطار بـه ایسـتگاه بزرگتـر از حـد پایین مجاز برای توقف اضطراری باشد متغییر صـفر و یـک $NL^{n}_{i,m,k,t}$ مقـداری برابـر یـک می‌گیرد. در محدودیت (۲۹) و (۳۰) در صورتی که زمان رسیدن قطار بـه ایسـتگاه کـوچکتر از حد بالای مجاز برای توقف اضطراری باشد متغییر صفر و یک $NU^{n}_{i,m,k,t}$ مقـداری برابـر یک می‌گیرد و در محدودیت (۳۱) و (۳۲) در صورتی که هـم‌زمـان دو متغییـر $NL^{n}_{i,m,k,t}$ و $NU^{n}_{i,m,k,t}$ مقدار یک بگیرند و متغییر $N^{n}_{i,m,k,t}$ برابر یک شده و نشان می‌دهـد کـه قطـار در بازه مورد نظر به ایستگاه رسیده اسـت. همـین سـری محـدودیت‌هـا بـرای قطارهـای جنـوبی، شرقی و غربی نیز برقرار است. محدودیت‌هـای (۳۳) تـا (۵۰) محـدودیت تعیـین بـازه توقـف اضطراری برای قطارهای جنوبی، شرقی و غربی هستند که مانند محدودیت‌های (۲۷) تا (۳۲) تکرار می‌گردند.

$$X^{N}_{i,m,k} + LTP \times N^{n}_{i,m,k,t} \leq Y^{N}_{i,m,k+1} \qquad \forall i \epsilon N, \forall k \epsilon K^{N}, k < k* \quad (51)$$

$$X^{S}_{i,m,k+1} \leq Y^{S}_{i,m,k} + LTP \times N^{s}_{i,m,k,t} \qquad \forall i \epsilon S, \forall k \epsilon K^{S}, k < k* \quad (52)$$

$$X^{W}_{i,m,k} + LTP \times N^{W}_{i,m,k,t} \leq Y^{W}_{i,m,k+1} \qquad \forall i \epsilon W, \forall k \epsilon K^{W}, k < k* \quad (53)$$

$$X^{E}_{i,m,k+1} \leq Y^{E}_{i,m,k} + LTP \times N^{E}_{i,m,k,t} \qquad \forall i \epsilon E, \forall k \epsilon K^{E}, k < k* \quad (54)$$

محدودیت های (۵۱) تا (۵۴) خاص قطارهای هم جهت است و باعث مـی‌گـردد قطارهـا شمالی از جنوب به سمت شمال، قطارهای جنوبی از شمال به سمت جنوب، قطارهای شـرقی از غرب به شرق و قطارهای غربی از غرب به شرق حرکت نماینـد. در واقـع ایـن محـدودیت بیان می‌کند که زمان شروع به حرکت قطار از ابتدای بلاک بعـدی همـواره بزرگتـر از زمـان رسیدن قطار به انتهای بلاک فعلی بعلاوه مدت زمان توقف اضطراری است. کـه ایـن توقـف تنها در صورتی که در بازه مجاز به ایستگاه برسند افزوده می‌گردد.

روش حل مساله

مدل توسعه یافتـه بـا اسـتفاده از دو روش دقیـق و فراابتکـاری شـاخه و کـران و همچنـین الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید حل گردیده است. به دلیل محـدودیت‌هـا و متغیرهـای زیاد مدل، حل مسائل واقعی و در سـایز بـالا بـا اسـتفاده از روش دقیـق بسـیار زمـانبر بـوده و امکان‌پذیر نیست. بنابراین به دلیل سرعت بـالای الگـوریتم و همچنـین خاصـیت همگرایـی و واگرایی همزمان آن الگوریتم شبیه‌سازی تبرید انتخاب گردیده است.

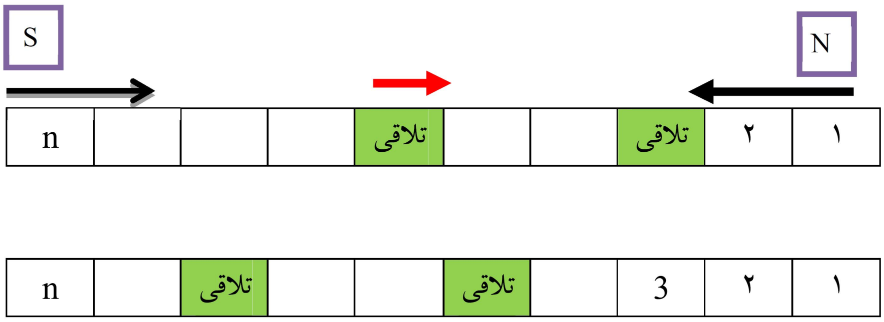
الگوریتم شبیه سازی تبرید اینگونه عمل می‌کند که ابتدا جواب اولیـه تولیـد مـی‌گـردد و مقدار تابع هدف برای آن جواب اولیه محاسبه می‌گردد. سپس جوابی در همسـایگی جـواب اولیه تولید شده در صورتی که جواب همسایه بهتر از جواب اولیه باشـد جـواب بـرای تکـرار بعدی الگوریتم پذیرفته شده و در صورتی که جواب بدتر باشد یک عدد تصادفی بـین صـفر و یک ایجاد کرده و با exp[-(f(b)-f(a)/t] مقایسه می‌گردد، f(b)-f(a) اختلاف تـابع هـدف جواب اولیه و جواب همسایگی است و t دمای الگوریتم در هر تکرار است، در صـورتی کـه

جواب حاصل بزرگتر از عدد تصادفی باشد، جواب برای تکرار بعدی پذیرفته می‌گردد. تعداد تکرار الگوریتم در هر دما از پارامترهای تعریف شده الگوریتم است. بعد از تکرار الگوریتم در هر دما به تعداد مشخص دما با یک ضریب انجمادی کاهش یافته بنابراین احتمال پذیرش جواب در تکرارهای بالاتر افزایش می‌یابد و سپس دوباره به تعداد مشخص در آن دما تکرار می‌گردد. دمای اولیه و همچنین ضریب انجماد در هر تکرار از پارامترهای تعریف شده الگوریتم می‌باشد.

به منظور حل مدل با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، برای تولید جواب اولیه فقط باید مساله از فضای شدنی خارج نشود یعنی با رعایت کلیه محدودیت ها و بدون توجه به اولویت حرکت قطار ها و بهینه سازی زمان و هزینه فقط یک جواب اولیه در فضای شدنی ایجاد می‌شود. جواب اولیه با توجه به زمان شروع به حرکت، سرعت قطار در هر بلاک و طول بلاک برای هر قطار در تمامی بلاک ها انجام می‌گردد. برای از بین بردن تلاقی قطارها، اگر فرض شود n بلاک وجود دارد، قطار شمالی از بلاک ۱ و قطار جنوبی از بلاک n شروع به حرکت می کند که در یکی از بلاک ها تلاقی اتفاق می‌افتد، یعنی یکی از قطارها باید توقف کند تا دیگری بلاک را طی کند. بلاک تلاقی تعیین شده و سپس زمانبندی با توجه به میزان توقف تا خالی شدن بلاک تلاقی دوباره انجام می‌گردد.سپس در مورد قطارهای غربی و شرقی نیز مانند بالا یک برنامه زمانبندی تولید می‌شود .زمان حرکت کلیه قطار ها مطابق بالا زمانبندی می‌گردند و براساس زمانبندی انجام شده مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود.

به منظور تولید جواب همسایگی بلاک تلاقی به صورت تصادفی جا به جا شده و دوباره زمانبندی کل سیستم انجام می‌شود . بر اساس زمانبندی انجام شده توابع هدف محاسبه شده و برای جواب اولیه و جواب همسایگی محاسبه می‌گردد. در صورت بهتر شدن جواب همسایگی پذیرفته شده و در صورتی که بدتر شود جهت جلوگیری از افتادن در بهینه محلی با یک احتمال پذیرفته می‌گردد. تعداد تکرار این عملیات از پارامترهای تعریف شده الگوریتم است به منظور تنظیم پارامتر، برای هر پارامتر ۴ مقدار در نظر گرفته شد و برای هر

ترکیب پارامتر ۱۰ مساله حل گردید. بهترین جواب در این مدل با ضریب انجماد برابر با ۰/۹۵ و تعداد تکرارهای داخلی (در هر دما) و خارجی (تعداد دفعات کاهش دما) ۵۰ بدست آمده است.



شکل (۱)- جابه‌جایی بلاک تلاقی

از آنجایی که مدل ارائه شده یک مدل دو هدفه می‌باشد، به منظور تبدیل آن به یک مدل یک هدفه از مجموع وزن‌دار توابع هدف استفاده شده است. بدین منظور ضریب اهمیتی برای هر تابع هدف در نظر گرفته شده و توابع هدف با یکدیگر ادغام گردیده‌اند.

در ادامه نحوه کد گذاری به همراه یک مثال کوچک ارائه می گردد:

یک ماتریس یک بعدی برای هر یک از قطار های جنوبی و شمالی و همچنین شرقی و غربی تعریف می گردد. تعداد ستون ها بیانگر بلاک ها هستند. به منظور ایجاد جواب اولیه، فرض کنید یک مسیر با ۴ بلاک وجود دارد. و در صورتی که قطار در بازه زمانی ۷:۴۵ تا ۸ به ایستگاه برسد به همین میزان توقف آن ۱۰ دقیقه اضافه می‌شود. اگر زمان شروع به حرکت ساعت ۷ تعریف شده باشد و در صورتی که فرض کنیم زمان طی کردن تمامی بلاک ها برای قطار شمالی برابر بوده و در مدت ۲۰ دقیقه هر بلاک را طی می کند، زمان شروع به حرکت قطار از ایستگاه اول برابر با ۷ بوده و در ساعت ۷:۲۰ به انتهای بلاک اول می‌رسد. در صورتی که توقف اجباری در هر ایستگاه در نظر گرفته نشود قطار در ساعت ۷:۲۰ از ابتدای ایستگاه دوم حرکت کرده و در ساعت ۷:۴۰ به انتهای بلاک دوم می‌رسد و در ساعت ۸ به انتهای

بلاک ۳ می رسد که در بازه تعریف شده توقف اضطراری است و بنابراین ۱۰ دقیقه توقف کرده و در ساعت ۸:۱۰ شروع به حرکت کرده و در ساعت ۸:۳۰ به مقصد می‌رسد.

حال نوبت به قطار جنوبی می‌رسد، در صورتی که فرض شود زمان طی بلاک ها برای قطار جنوبی ۱۵ دقیقه باشد، قطار جنوبی از ابتدای بلاک ۴ برابر با ۷ بوده و در ۷:۱۵ به انتهای بلاک ۴ می‌رسد، سپس در ساعت ۷:۲۰ شروع به حرکت کرده و در ساعت ۷:۳۰ به انتهای بلاک ۳ می‌رسد در اینجا با توجه به اینکه زمان رسیدن قطار جنوبی به انتهای بلاک ۳ کوچکتر از زمان رسیدن قطار شمالی به انتهای بلاک ۲ است دو قرار در ایستگاه ۲ تلاقی دارند بنابراین قطار جنوبی تا زمان رسیدن قطار شمالی به انتهای بلاک یعنی ۱۰ دقیقه توقف می کند، بنابراین زمان شروع به حرکت قطار جنوبی از ابتدای بلاک ۲ برابر با ۷:۴۰ بوده و زمان رسیدن به انتهای بلاک ۲ برابر با ۷:۵۵ است. سپس ۱۰ دقیقه به منظور توقف اضطراری در این ایستگاه دارد و سپس بلاک ۱ را در عرض ۱۵ دقیقه طی کرده و در ساعت ۸:۲۰ به مقصد می‌رسد. حال به منظور ایجاد جواب همسایگی بلاک تلاقی به صورت تصادفی به ایستگاه ۳ منتقل می-گردد. در صورتی دو قطار در بلاک ۳ با یکدیگر تلاقی دارند که زمان رسیدن قطار جنوبی به انتهای بلاک ۴ کوچکتر از ۸ و بزرگتر از ۷:۴۰ دقیقه باشد. بنابراین یک عدد تصادفی ما بین این دو عدد انتخاب می گردد، به عنوان مثال ۷:۴۵ انتخاب می گردد.

با توجه به عدد ایجاد شده زمان شروع به حرکت از ابتدای بلاک با توجه به زمان طی بلاک که ۱۵ در نظر گرفته شده بود برابر با ۷:۳۰ است. همچنین به دلیل وجود تلاقی در بلاک ۳ قطار جنوبی به میزان ۱۵ دقیقه توقف کرده تا قطار شمالی به ابتهای بلاک ۳ برسد این توقف در بردارنده توقف اضطراری ۱۰ دقیقه نیز می‌باشد. بنابراین در ساعت ۸ شروع به حرکت کرده و با توجه به زمان طی بلاک ها، بلاک ها را طی می کند تا در ساعت ۸:۴۵ به مقصد برسد. در صورتی که با توجه به جواب همسایگی ایجاد شده طول کل مسیر بیشتر از زمان از مقدار از پیش تعیین شده باشد جواب پذیرفته نمی شود. نحوه تولید جواب اولیه و همسایگی به صورتی است که تمامی محدودیت ها در هنگام تولید جواب ها رعایت می گردد.

مثال عددی و مقایسه

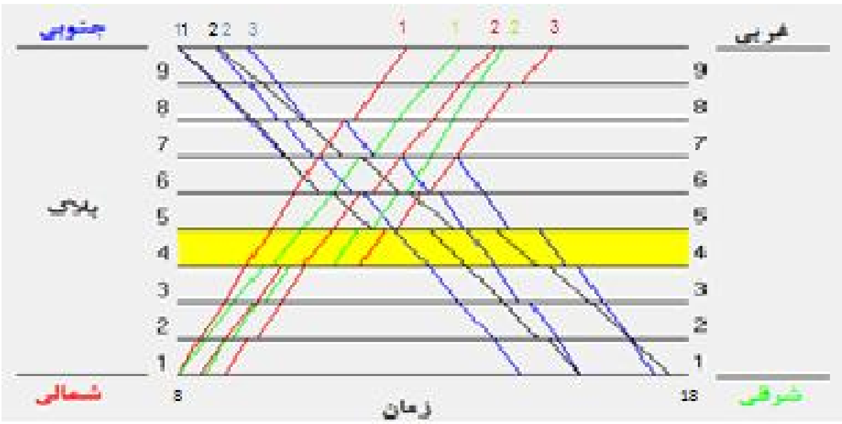
به منظور مقایسه جواب حاصل از حل مدل با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و نرم‌افزار لینگو، مدل مورد نظر در سایز کوچک توسط هر دو روش حل گردیده نتایج در جدول (۱) نشان داده شده است. در مثال‌های حل شده تعداد ایستگاه‌ها در هر مسیر برابر با ۵ است. ستون اول تعداد کل قطارها در تمامی مسیرها را نشان داده شده که با یک قطار در هر مسیر شروع شده ودر هر مرحله به تعداد قطارهای هر مسیر اضافه شده نتایج مقایسه شده‌اند.

جدول(۱)- مقایسه جواب‌های لینگو و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

تعداد قطار	تعداد متغییر	تعداد محدودیت	زمان حل الگوریتم(ثانیه)	زمان حل لینگو (ثانیه)	جواب حاصل از لینگو	جواب حاصل از الگوریتم	درصد اختلاف جواب های دو روش
٤	٥٣١	٩٣٥	١	٨	146/47	146/47	٠
٥	٦٨٥	١١٢٥	١/٢	١٠	171/93	171/93	٠
٦	٨٤٨	١٣٨٩	١/٥	٣٠	224/28	224/28	٠
٧	١٠٢٠	١٧٩٧	٥/٣٤	٥٠	265/35	290/82	٠/٠١
٨	١٢٠١	١٩٥٥	٧/٣٦	٣٩	306/97	314/61	٠/٠٢٥
٩	٩٢١	١٤٧٩	٨/٤٩	٢٤٥	355/13	362/47	٠/٠٢١
١٠	١٦٠٨	٢٦١٨	٩/٥٣	٣٦٠٠>	٣٧٣/١٧	-	-

همانطور که مشاهده می‌گردد مدل با ۱۰ قطار و ۱۰ ایستگاه حتی در بیشتر از ۵ ساعت در نرم‌افزار لینگو به نتیجه نرسیده است. از آنجایی که نرم افزار لینگو جواب دقیق برای مدل‌های سایز کوچک ارائه می‌دهد، درصد اختلاف جواب حاصل از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و جواب دقیق حاصل از لینگو به منظور اعتبارسنجی روش حل در جدول بالا آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد درصد اختلاف دو جواب ناچیز بوده و نشان‌دهنده درستی عملکرد الگوریتم مورد استفاده می‌باشد.

در ادامه مدل مورد نظر با استفاده از یک مثال فرضی، با سه قطار شمالی با ضریب اولویت۱/۵، ۲ و ۱، سه قطار جنوبی با ضریب اولویت ۱، ۱/۵ و۲ ، دو قطار شرقی با ضریب اولویت۱/۵و۱ و دو قطار غربی با ضریب اولویت ۱و۲ در نظر گرفته شده است. میزان توقف در ایستگاه‌ها صفر است ودر صورت رسیدن قطار به ایستگاه در بازه زمانی ۱۲ ای ۱۳ و یا بازه زمانی ۱۵ الی ۱۶ به میزان ۰/۲ ساعت توقف می‌کنند. این مثال با در نظر گرفتن ۱۰ ایستگاه در هر مسیر و وجود تقاطع در بلاک ۴ حل گردیده است. جواب حاصل از حل مدل با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برابر با ۳۷۳/۱۷ شده که مدت زمان ۹/۲۹ ثانیه به جواب رسیده است زمانبندی صحیح الگوریتم در شکل ۲) قابل مشاهده است:



شکل (۲)-نمودار حرکت قطار در دو مسیر متقاطع

در گراف بالا، خطوط قرمز قطارهای شمالی، خطوط آبی قطارهای جنوبی، خطوط سبز قطارهای شرقی و خطوط مشکی قطارهای غربی را نشان میدهند. همانطور که مشاهده می‌گردد، قطارهایی که در یک مسیر حرکت می‌کنند، قطارهای شمالی (قرمز) و قطارهای جنوبی (آبی) و به همین ترتیب، قطارهای شرقی(سبز) و غربی(مشکی) هیچگونه تلاقی در کل مسیر با یکدیگر ندارند. بلاکی که با رنگ زرد نمایش داده شده است بلاکی است که خطوط شمالی جنوبی و شرقی غربی به یکدیگر می‌رسند.همانطور که مشاهده می‌شود

هیچگونـه تلاقـی در زمانبنـدی کلیـه قطارهـا در ایـن بـلاک وجـود نـدارد.خطوط افقـی در ایستگاه‌ها نشان‌دهنده توقف در آن ایستگاه هستند.برای نشان دادن توقف اضطراری به عنوان مثال قطار شمالی اول در ایستگاه هشتم در بازه زمانی ۱۲ الی ۱۳ به ایستگاه می‌رسد بـا وجـود اینکه تلاقی با قطار جنوبی وجود ندارد ولی به دلیل رسیدن در بازه زمانی تعریف شـده بـرای توقف اضطراری، به میزان ۰/۲ سـاعت توقـف دارد همچنـین قطـار جنـوبی دوم در ایسـتگاه سوم در بازه زمانی ۱۵ تا ۱۶ در نظر گرفته شده داری توقف اضطراری هستند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله به معرفی مساله زمانبندی حرکت قطار در مسیرهای تک ریله با وجود تقاطع پرداخته شد. با توجه به محدودیت‌ها و متغیرهای صفر و یک بالای مساله و زمانبر بودن حـل آن حتی در ابعاد متوسط ، این مساله از دسته مسائل NP-Hard شناخته می‌شود. در مدل ارائـه شده در این مقاله سعی بر آن بوده که تمامی محدودیت‌هایی که در سیستم‌های حمـل و نقـل وجود دارد از جمله وجود یک قطار در هر بلاک و در هر زمان، توالی قطـار هـا، جلـوگیری از تلاقی قطارهای هم جهت، مخالف جهت و متقاطع در یک بلاک کـه از محـدودیت‌هـای اصلی مساله می‌باشند مد نظر قرار گرفته و همچنین محدودیت‌هایی نظیـر حـداقل و حـداکثر زمان سیر بلاک با توجه به سرعت مجاز قطار و همچنین محدودیت توقف‌های اضـطراری از جمله محدودیت‌های فرعی مورد استفاده بـرای عملکـرد بهتـر مـدل و مطابقـت آن بـا دنیـای واقعی در نظر گرفته شده است.

به دلیل تعداد بالای محدودیت‌ها و متغیرهای مساله با افـزایش تعـداد قطـار و ایسـتگاه‌هـا زمان حل با استفاده از الگوریتم مورد استفاده نیز افزایش می‌یابد ولی این زمان قابل مقایسه بـا روش دقیـق شـاخه کـران نمـی‌باشـد. در انتهـا بـا مقایسـه جـواب حاصـل از روش دقیـق و فراابتکاری به کارایی مدل پی بردیم.

در ادامه پیشنهاداتی برای توسعه مقاله ارائه شده است:

- ✓ حل مدل ارائه شده با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری متفاوت و مقایسه آن‌ها .
- ✓ اضافه شدن اهدافی دیگر نظیر حداکثر کردن درآمد و حداقل کردن انحراف از قانون کار خدمه
- ✓ به کارگیری آزمون آماری به منظور تنظیم دقیق پارامترهای الگوریتم.

منابع

جمیلی، ا.، (۱۳۸۵)، ارایه ی مدل ابتکاری برای زمان بندی حرکت قطارها، هشتمین همایش حمل و نقل ریلی.

جوانشیر، ح.، مصدقی، م.، (۱۳۸۹)، مدل سازی زمان بندی حرکت قطار با اهداف چندگانه و در نظرگرفتن تقاطع، فصلنامه مهندسی ترافیک، سال یازدهم، شماره ۴۳.

شفاهی، ی.، عابدینی، ا.، (۱۳۸۳)، زمان بندی حرکت قطارها با استفاده از یک روش ابتکاری جستجوی مبتنی بر منع، هفتمین همایش حمل ونقل ریلی، دانشگاه صنعتی شریف.

قیصری، ک.، (۱۳۸۱)، توسعه تئوریک مدل بهینه سازی زمان بندی حرکت قطارها با استفاده از (MODM) از نظریه بازی‌ها، پایان‌نامه دکترا.

قصیری، ک.، مرشدسلوک، ف.، (۱۳۸۴)، ارایه یک مدل ابتکاری مبتنی بر سیستم اجتماع مورچه ها برای حل مساله زمان بندی حرکت قطارها، پژوهشنامه حمل و نقل.

یقینی، م.، (۱۳۹۰)، یک مدل زمان بندی حرکت قطارها با در نظر گرفتن زمان های توقف برای نماز، نشریه تخصصی مهندسی صنایع، دوره ۴۵، ص ۱۰۳-۱۱۶.

Bayhan, G.M., Yalcınkaya, (2012), A feasible timetable generator simulation modeling framework for train scheduling problem, Modeling Practice and Theory, J of Simulation, 20.

Ching, Sh., Chang, Y., (2005), From Timetabling to Train Regulation a New Train Operation, Of Information and Software Technology Model, 47.

Heydar, M., Petering, M., Bergmann, D., (2013), Mixed integer programming for minimizing the period of a cyclic railway timetable for a single track with two train types, Computer and Industrial Engineering, 66.

Higgins, A., Kozan, E., Ferreira, L., (1996), Optimal scheduling of trains on a single line track, Transportation Research Part B, 30.

Jamili, A., Shafai, M., Sajadi, S., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2012), Solving a periodic single-track train timetabling problem by an efficient hybrid algorithm, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 25.

Li, X., Wang, D., Li, K., Gao, Z., (2013), A green train scheduling model and fuzzy multi-objective optimization algorithm, applied mathematical modeling, 4.

Mills, R.G., Perkins, S.E., and Paudney, P.J., (1991), Dynamic Rescheduling of Long-haul Trains for Improved Timekeeping And Energy Conservation, Asia-Pacific Journal of Operation Research, 8.

Narayanaswami, N., and Rangaraj, N., (2013), Modeling disruptions and resolving conflicts optimally in a railway schedule Computers & Industrial Engineering, 64.

Szpigel, B., (1973), Optimal train scheduling on a single track railway, Operations Research, 343–352.

Wong, R., Yuen, T.W., Fung, K.W., Leung, J.M., (2008), Optimizing timetable synchronization for rail mass transit, Transportation Science, 42, (1).

Zhou, X., Zhong, M., (2005), Bicriteria train scheduling for high-speed passenger railroad planning applications, European Journal of Operational Research, 167.